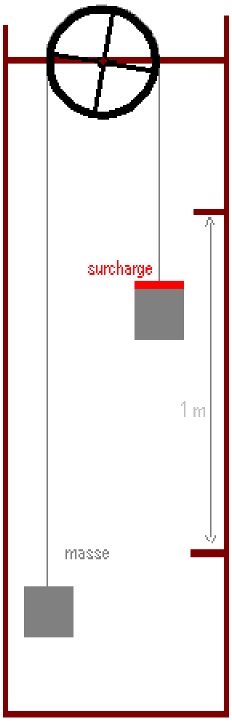
TP Chute libre selon Atwood et frottement

La chute libre est difficile à étudier quantitativement, car les temps de parcours sont très courts.
George Atwood (1746-1807) inventa un système de deux masses reliées par un fil qui passe par une poulie. Si une des masses est plus grande (p.ex. m2 > m1), son poids entraîne le mouvement d'un côté, mais on conçoit que la masse m1 ralentisse la "chute" de m2. Si l'on modélise le système par une poulie sans inertie et sans frottement, un fil inextensible et sans masse, on montre que le mouvement est bien uniformément accéléré et que la valeur de l'accélération

$$\boldsymbol{a} = \frac{(\boldsymbol{m2}-\boldsymbol{m1})\cdot \boldsymbol{g}}{\boldsymbol{m1}+\boldsymbol{m2}} < g$$ **(Formule à établir)**

Pour être très précis il faut tenir compte aussi de l'inertie de la poulie, le constructeur indique de prendre mp=0,005kg pour 2 poulies.

$$\boldsymbol{a} = \frac{(\boldsymbol{m2}-\boldsymbol{m1})\cdot \boldsymbol{g}}{\boldsymbol{m1}+\boldsymbol{m2}+\boldsymbol{mp}}$$



Dans notre cas on utilise 2 poulies dont une est munie d'une barrière lumineuse qui permet d'enregistrer la position, la vitesse et l'accélération pour le mouvement de chute ralentie.

Questions :
Pourquoi on utilise 2 poulies dans le montage ?
Pour quelle raison on ne considère que la moitié de la masse des poulies comme inertie supplémentaire ?

Simulation : Atwood Machine Lab

a) Frottement minimal
On prend des masses légèrement différentes et on règle Capstone pour déclencher automatiquement après 0,01m et arrêter après 0,81m pour enregistrer la vitesse en fonction du temps sur un tronçon pas trop perturbé où le frottement de l'air reste faible.

Déduire l'accélération expérimentale par regression linéaire sur la courbe de vitesse.
Vérifier si l'accélération expérimentale correspond au modèle théorique.
Enregistrer un graphique v(t) et expliquer comment vous déterminer a_{exp}.
Contrôler et noter les masses à 0,1g=0,000 1 kg près !

m1(kg)	m2 (kg)	m(kg) =m1+m2+0,005	F (N) =(m2-m1)·g	$a_{calc}=\frac{F}{m}$ (m/s^2)	a $_{exp}$(m/s^2) (pente v(t))	$\frac{a_{exp} - a_{calc}}{a_{calc}}$	F_f (N)
0,069	0,071						
0,067	0,073						
0,065	0,075						
0,063	0,078						

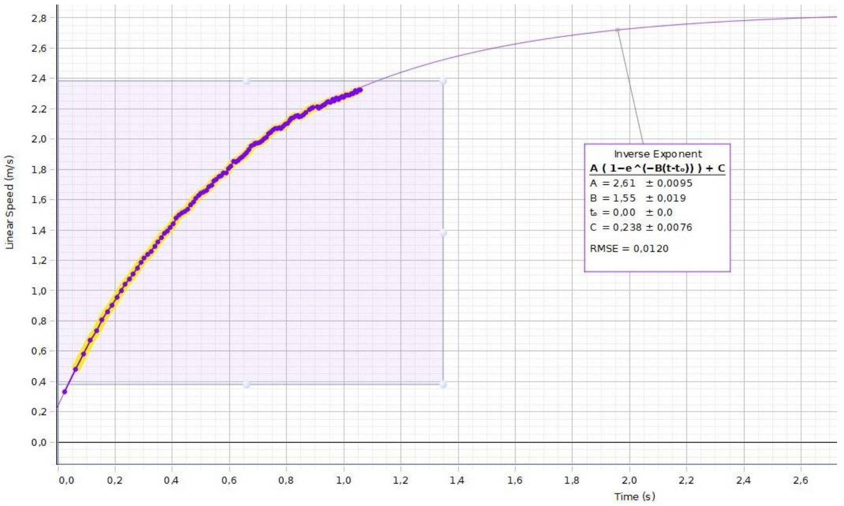
Conclusion : L'écart relatif pour l'accélération est assez faible et s'explique par une force de frottement constante F_f=m·(a_{calc}-a_{exp}). Etablir la formule de cette force de frottement.

b) Frottement de l'air

On munit le corps m2 d'un carton carré de surface S=0,21x 0,21m^2. On laisse tomber la masse sur le chemin le plus haut possible (0,01m – 1,81m) pour enregistrer la vitesse qui augmente maintenant de manière différente.

Le régime initial est linéaire mais la vitesse augmente ensuite de plus en plus lentement à cause des frottements de l'air. La vitesse approche dans un régime asymptotique une vitesse limite qui dépend du frottement de l'air.

Quelle est le bilan de forces si la vitesse limite est atteinte ?



Pour extrapoler la vitesse limite atteinte on utilise une régression exponentielle inverse dans Capstone. La valeur de la vitesse limite vaut A+C.

D'après la théorie de Bernouilli la force de frottement de l'air s'écrit :

$F_{air} = \frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot v^2 \cdot S \cdot c_w$ où le facteur c_w dépend de la forme ici plaque c_w=1,12 $\rho_{air} = 1{,}23 \frac{kg}{m^3}$

Contrôler et noter les masses à 0,1g près !

m1(kg)	m2 (kg)	m(kg) =m1+m2+0,005	F (N) =(m2-m1)·g	v_{lim} (m/s)	F/v^2	$\frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot v^2 \cdot S$ (N)	c_w
0,023	0,025						
0,022	0,026						
0,020	0,027						
0,020	0,031						
0,01	0,023						
0,01	0,028						

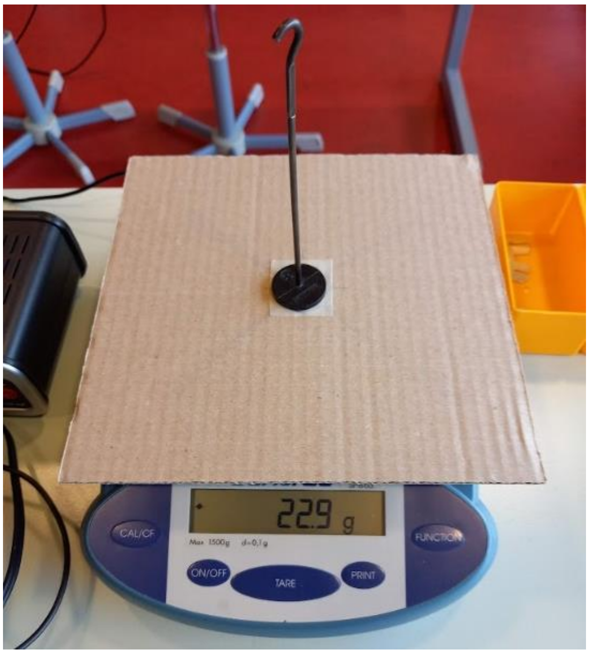


Photo : Masse m_2 avec carton collé pour provoquer une résistance de l'air élevée.

Conclusion : Montrer que la force est proportionnelle au carré de la vitesse limite.
Vérifier la formule de Bernoulli et contrôler que le coefficient de forme c_w de la plaque carrée vaut approximativement 1,12.

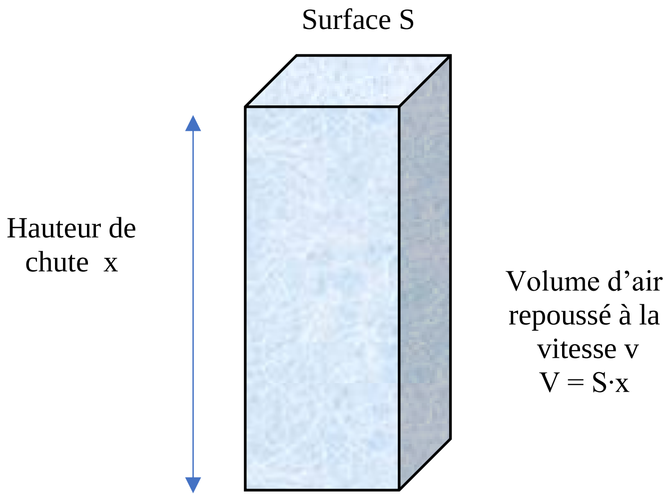
c) Déduction de la formule de Bernoulli à l'aide du théorème de l'énergie cinétique

Dans le régime limite, la plaque tombe sous l'effet de la force résultante F avec une vitesse constante v et transforme le travail de de la force F en énergie cinétique de l'air qui est déplacé. Pour une distance de chute x on a :

$F \cdot x = \frac{1}{2}\, m_{air} \cdot v^2$ or $m_{air} = \rho_{air} \cdot V$

$F \cdot x = \frac{1}{2}\, \rho_{air} \cdot S \cdot x \cdot v^2$

$F = \frac{1}{2}\, \rho_{air} \cdot v^2 \cdot S$



À cause des tourbillons qui dépendent de la forme arrondie ou non de l'objet qui tombe intervient en plus le coefficient de forme c_w (en français parfois C_x).

$$\boldsymbol{F = c_w \cdot \frac{1}{2}\, \rho_{air} \cdot v^2 \cdot S}$$