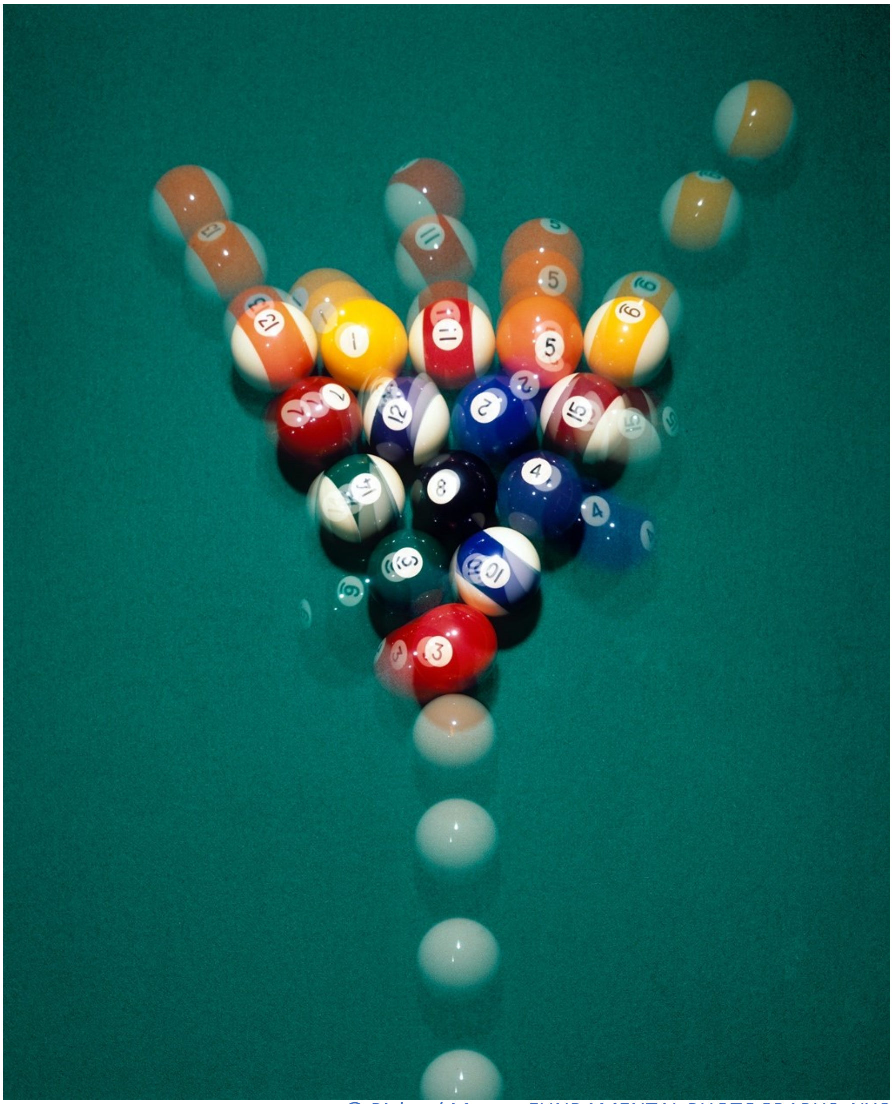
2.

Dynamique



© *Richard Megna* FUNDAMENTAL PHOTOGRAPHS, NYC

Sommaire

1. Les trois lois de Newton (1686)

1.1 1ère loi de Newton : principe d'inertie

Tout corps persévère dans son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme, à moins qu'une force ne le contraigne à changer son état de mouvement.

Autrement dit :

Si la résultante des forces extérieures sur un corps est nulle, alors le vecteur vitesse du centre d'inertie du corps est constant :

$$\vec{F}_{res} = \vec{0} \;\Leftrightarrow\; \vec{v} = \overrightarrow{\text{const}}$$

- Un corps au repos restera au repos.
- Un corps en mouvement est animé d'un MRU.

1.2 2e loi de Newton : principe fondamental de la dynamique (PFD)

Lorsqu'une force résultante non nulle agit sur un corps, alors son vecteur vitesse n'est pas constant. Cela signifie que le corps accélère.

Un corps de masse m subit une accélération $\vec{a}$ dans la direction et le sens de la force extérieure résultante qui agit sur le corps d'après :

$$\boldsymbol{\vec{F}_{res} = m \cdot \vec{a}}$$

Norme : $F_{res} = m \cdot a$

Unités SI : $[F] = [m] \cdot [a] = \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = \mathrm{N}$

1 newton (N) est la norme d'une force qui accélère une masse de 1 kg de 1 m/s^2.

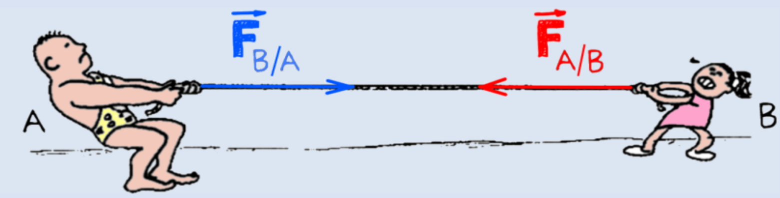
Remarque

La norme de l'accélération d'un corps est proportionnelle à la norme de la force résultante qui agit sur le corps et inversement proportionnelle à la masse du corps : $a = \frac{F_{res}}{m}$

1.3 3e loi de Newton : principe d'action et de réaction

Les forces apparaissent toujours en paires car toute force fait partie d'une interaction entre deux corps.

Si un corps A exerce une force sur un corps B (action $\vec{F}_{\mathrm{A/B}}$), alors le corps B exerce une force sur le corps A (réaction $\vec{F}_{\mathrm{B/A}}$). Les deux forces ont même norme et même direction, mais sont de sens opposé.

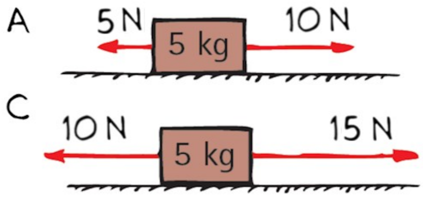


Remarque

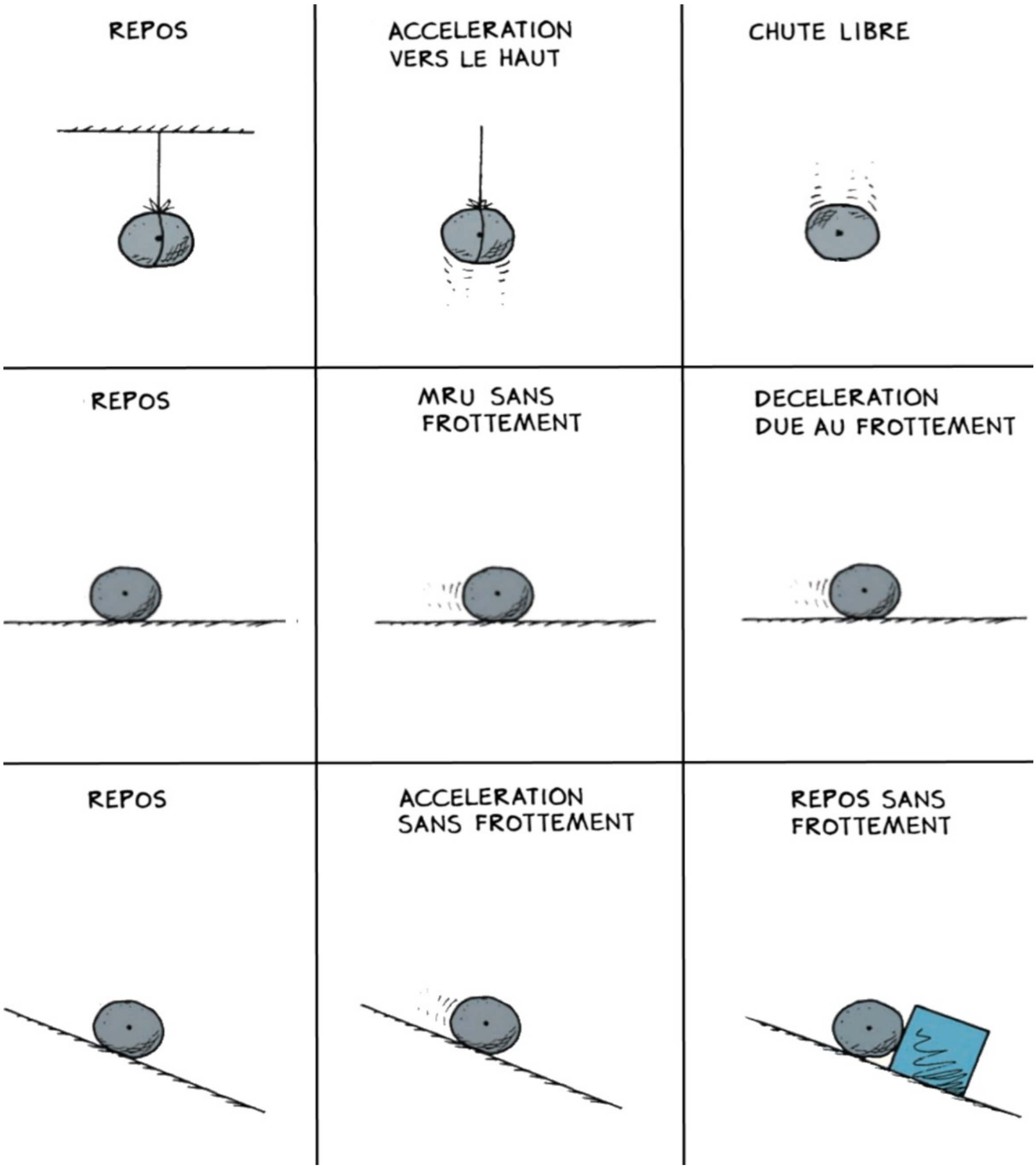
Les forces d'interaction agissent simultanément. Il est donc arbitraire laquelle des deux forces on appelle « action » et laquelle on appelle « réaction ».

■ As-tu-compris ?

1. Considérer les différents blocs sur une surface horizontale sans frottement. Déterminer :
   a. les normes des forces résultantes qui agissent sur les blocs.
   b. les caractéristiques du vecteur accélération des blocs.



2. Représenter pour chaque cas les forces extérieures qui agissent sur le corps.



Exercice résolu 1

Énoncé : Un snowboardeur de masse totale 60 kg se trouve initialement au repos en haut d'une piste inclinée de $\alpha = 35°$ par rapport à l'horizontale et longue de 100 m. Lors de la glisse, l'intensité de la force de frottement $\overrightarrow{F_f}$ est supposée constante et vaut 150 N.

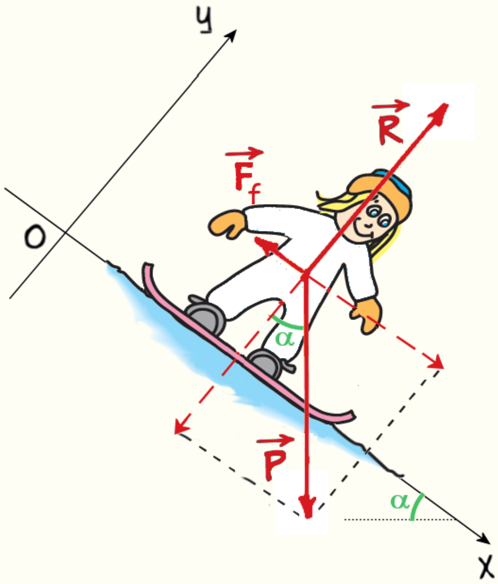
a. Faire le bilan des forces extérieures qui agissent sur le snowboardeur.

b. Calculer son accélération.

c. Calculer la durée de la descente et la vitesse finale.

d. Calculer la norme de la réaction $\vec{R}$ exercée par la piste sur le snowboardeur.

Solution :



a. Bilan des forces extérieures :

- le poids $\vec{P} = m\vec{g}$ exercé par la Terre
- la force de support (réaction $\vec{R}$) exercée par la piste
- la force de frottement $\overrightarrow{F_f}$ exercée par la neige et l'air

b. Appliquons le principe fondamental de la dynamique (PFD) :

$$\vec{F}_{res} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \overrightarrow{F_f} = m \cdot \vec{a} \qquad (*)$$

Projetons la relation $(*)$ sur l'axe Ox :

$$P_x + R_x + F_{f_x} = ma_x$$

$$P \cdot \sin\alpha + 0 - F_f = ma_x$$

$$a_x = \frac{m\, g \sin\alpha - F_f}{m}$$

$$a_x = g \sin\alpha - \frac{F_f}{m}$$

A.N. :

$$a_x = 9{,}81 \cdot \sin(35°) - \frac{150}{60} = 3{,}13 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

c. Le snowboardeur effectue un mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV). En supposant qu'il démarre en $t = 0$ à l'abscisse $x = 0$:

Equation horaire de la position :

$$x = \frac{1}{2}a_x t^2 + \underbrace{v_{0x}}_{0}\ t + \underbrace{x_0}_{0} = \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2x}{a_x}}$$

A.N. :

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 100}{3{,}13}} = 8{,}00\ \mathrm{s}$$

Equation horaire de la vitesse instantanée :

$$v_x = a_x t + \underbrace{v_{0x}}_{0}$$

A.N. :

$$v_x = 3{,}13 \cdot 8{,}00 = 25{,}0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

d. Projetons la relation $(*)$ sur l'axe Oy :

$$P_y + R_y + F_{f_y} = m a_y$$

$$-P\cos\alpha + R + 0 = m\, a_y$$

Le mouvement du snowboardeur est rectiligne le long de l'axe Ox. Il n'y a donc aucune accélération suivant l'axe Oy : $a_y = 0$
Donc :

$$-P\cos\alpha + R = 0$$

$$R = m\, g\cos\alpha$$

A.N. :

$$R = 60 \cdot 9{,}81 \cdot \cos(35°)$$

$$= 482\ \mathrm{N}$$

Remarque

Les lois de Newton sont valables dans un **référentiel galiléen**, c'est-à-dire un référentiel non accéléré. Un exemple d'un référentiel galiléen est un train se déplaçant en MRU. Les référentiels terrestre, géocentrique et héliocentrique peuvent être considérés comme des référentiels galiléens.

Un train qui accélère ou freine n'est pas un référentiel galiléen, tout comme une voiture dans un virage ou un avion faisant un looping.

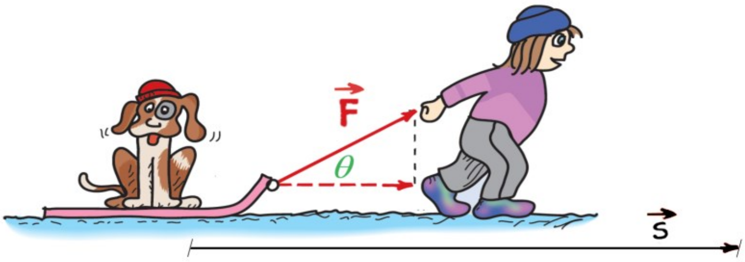
2. Théorème de l'énergie cinétique (TEC)

2.1 Travail d'une force constante

Travail d'une force constante $\vec{F}$ qui forme un angle θ avec le vecteur déplacement $\vec{s}$:

$$\boldsymbol{W(\vec{F}) = F \cdot s \cdot \cos\theta = \vec{F} \cdot \vec{s}}$$

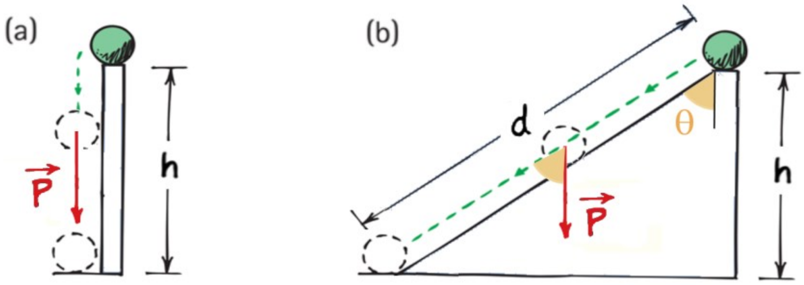
Unité SI : le joule (J) avec $1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{N} \cdot 1\ \mathrm{m}$



- $\theta = 0°$: $\vec{F}$ agit dans le sens de $\vec{s}$ et effectue un travail moteur maximal : $W = F \cdot s$
- $0° \leq \theta < 90°$: $\vec{F}$ effectue un travail moteur ($W > 0$).
- $\theta = 90°$: $\vec{F}$ est perpendiculaire à $\vec{s}$ et n'effectue aucun travail ($W = 0$).
- $90° < \theta \leq 180°$: $\vec{F}$ effectue un travail résistant ($W < 0$).
- $\theta = 180°$: $\vec{F}$ effectue un travail résistant maximal : $W = -F \cdot s$
  C'est le cas pour toute **force de frottement** car elle s'oppose toujours au mouvement.

Exemple : le travail du poids

Calculons le travail du poids d'un corps de masse m qui descend d'une hauteur h selon les deux chemins (a) et (b) :



(a) $W(\vec{P}) = P \cdot h = mgh$ (b) $W(\vec{P}) = P \cdot d \cdot \cos\theta = P \cdot h = mgh$

Généralisation :

Le travail du poids est indépendant du chemin suivi. Il dépend uniquement du poids du corps et de la différence d'altitude des points d'arrivée et de départ.

$$W(\vec{P}) = \pm\, mgh$$

Le travail du poids est moteur (> 0) si le corps descend et résistant (< 0) si le corps monte.

Ce qui est vrai pour le poids $\vec{P}$ est vrai pour toute force $\vec{F}$ constante. Le travail d'une telle force est toujours indépendant du chemin suivi entre le point de départ et le point d'arrivée. Le travail des forces de frottement dépend en revanche toujours du chemin suivi entre les points de départ et d'arrivée.

2.2 Le travail accélérateur et l'énergie cinétique

Considérons un corps de masse m initialement au repos, accéléré par une force résultante constante $\vec{F}_{res}$. Le corps est accéléré en direction de cette force et l'on a :

$$F_{res} = ma \quad \text{(PFD)}$$

L'accélération a étant constante, l'étude cinématique du MRUV nous permet d'exprimer la distance d parcourue par le corps ainsi que sa vitesse v en fonction du temps. En fixant l'origine du repère au point de départ, les équations horaires s'écrivent :

$$d = \frac{1}{2}at^2 \quad \text{et} \quad v = at$$

Travail accélérateur effectué par la force $\vec{F}_{res}$:

$$\begin{aligned} W(\vec{F}_{res}) &= F_{res} \cdot d \\ &= ma \cdot d \\ &= ma \cdot \frac{1}{2}at^2 \\ &= \frac{1}{2}m(at)^2 \\ &= \frac{1}{2}mv^2 \\ &= E_c \end{aligned}$$

Le travail accélérateur est stocké par le corps sous forme d'énergie cinétique. Le travail effectué par une force résultante sur un corps provoque donc une variation de son énergie cinétique.

2.3 Énoncé du TEC

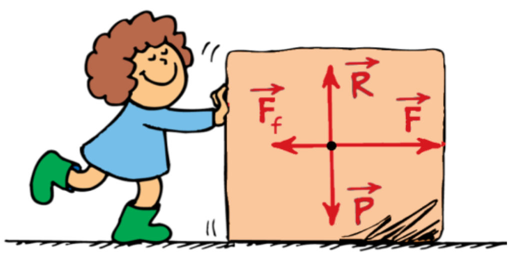
La **variation** de l'énergie cinétique d'un corps solide entre deux instants est égale au **travail total** de toutes les forces extérieures qui agissent sur ce corps :

$$\boldsymbol{\Delta E_c = W_{tot} = \sum_i W(\vec{F}_i)}$$

Exemple

Une fille pousse une caisse avec une force constante $\vec{F}$ le long d'une distance d sur un sol horizontal. La force de frottement $\overrightarrow{F_f}$ agit dans le sens opposé du mouvement. Appliquons le TEC :

$$\begin{aligned} \Delta E_c &= W_{tot} \\ &= W(\vec{F}) + W(\overrightarrow{F_f}) + \underbrace{W(\vec{P})}_{0} + \underbrace{W(\vec{R})}_{0} \\ &= F \cdot d - F_f \cdot d \\ &= (F - F_f) \cdot d \\ &= F_{res} \cdot d \end{aligned}$$



Seule une partie du travail $F \cdot d$ effectué par la fille sur la caisse augmente son énergie cinétique. Le reste est dissipé sous forme d'énergie thermique par le travail résistant de la force de frottement.

Si $F = F_f$, aucun travail résultant n'est effectué. Dans ce cas, il n'y a aucune variation d'énergie cinétique de la caisse et elle reste dans son état de repos ou de MRU.

2.4 Distance de freinage

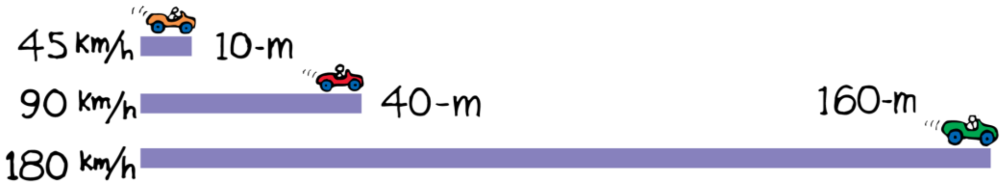
Lorsqu'on appuie sur les freins d'une voiture sur une route horizontale, la force de frottement effectue un travail résistant sur la voiture qui transforme son énergie cinétique en énergie thermique :

$$\Delta E_{\mathrm{c}} = W(\vec{F_f})$$

$$0 - \frac{1}{2}mv^2 = -F_f \cdot d$$

$$d = \frac{m}{2F_f}v^2$$

La force de frottement que la route peut exercer sur un pneu qui glisse est quasi indépendante de la vitesse. La distance de freinage est donc proportionnelle au carré de la vitesse ($d \sim v^2$). Une voiture se déplaçant à une vitesse deux fois plus grande glisse une distance de freinage quatre fois plus longue.[1]



Exercice résolu 2

Énoncé : Déterminer la vitesse finale du snowboardeur de l'exercice résolu 1 en utilisant le TEC.

Solution :

Travail de toutes les forces qui agissent sur le snowboardeur :

- Le poids $\vec{P}$ effectue un travail moteur : $W(\vec{P}) = mgh = mg\, d \sin\alpha$
- La réaction $\vec{R}$ n'effectue aucun travail : $W(\vec{R}) = 0$
- La force de frottement $\vec{F_f}$ effectue un travail résistant : $W(\vec{F_f}) = -F_f\, d$

TEC :

$$\Delta E_{\mathrm{c}} = W_{tot}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}m\underbrace{v_i^2}_{0} = W(\vec{P}) + W(\vec{F_f})$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = mg\, d \sin\alpha - F_f\, d$$

$$v_f = \sqrt{(m\, g \sin\alpha - F_f)\, \frac{2d}{m}}$$

A.N. :

$$v_f = \sqrt{(60 \cdot 9{,}81 \cdot \sin(35°) - 150) \cdot \frac{2 \cdot 100}{60}} = 25{,}0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Le TEC remplace avantageusement (pas de calcul vectoriel) la 2ème loi de Newton (PFD) chaque fois que l'évolution temporelle du mouvement est sans intérêt.

[1] Le même raisonnement s'applique aux freins antiblocages qui empêchent les pneus de glisser. Le frottement est dans ce cas également quasi indépendant de la vitesse, donc même avec des freins antiblocages, il faut quatre fois plus de distance de freinage pour une vitesse double.

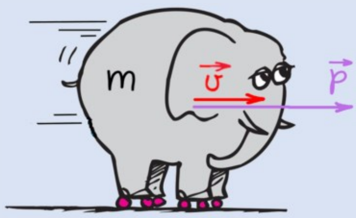
3. Quantité de mouvement

En s'interrogeant sur le fait qu'une boule de fer roule plus loin qu'une boule de bois de même taille et lancée à la même vitesse, Jean Buridan contribue vers 1330 à la notion de quantité de mouvement. Il a l'idée que la vitesse seule n'explique pas le mouvement de la boule, mais qu'il intervient également sa masse (c'est-à-dire son inertie). Plus tard, Isaac Newton utilise le terme anglais de *momentum* comme étant la masse multipliée par la vitesse.

3.1 Définition

Le vecteur **quantité de mouvement** $\vec{\boldsymbol{p}}$ d'un corps est le produit de sa masse (son inertie) m par son vecteur vitesse $\vec{v}$:

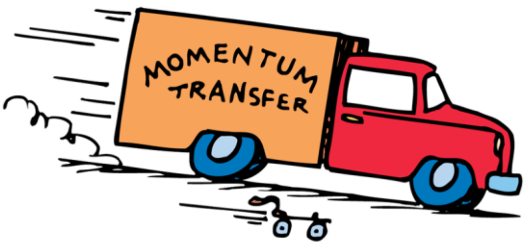
$$\vec{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{m}\ \vec{\boldsymbol{v}}$$



La quantité de mouvement $\vec{p}$ est une grandeur vectorielle puisque c'est le produit d'un scalaire et d'un vecteur.

Caractéristiques du vecteur $\vec{p}$

- *Point d'application* : le centre d'inertie du corps
- *Direction* : celle du vecteur vitesse
- *Sens* : celui du vecteur vitesse
- *Intensité (norme, valeur)* : $p = mv$
  Unité SI : $[p] = [m] \cdot [v] = \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$



Exemple

Un camion a plus de quantité de mouvement qu'un patin à roulettes roulant à la même vitesse, parce que le camion a une masse plus grande. Or, le patin à roulettes pourrait avoir une quantité de mouvement égale ou même supérieure à celle du camion, s'il roulait beaucoup plus vite. Si le camion est au repos, sa quantité de mouvement est nulle.

Remarques

- S'il n'est pas évident, il faut préciser le référentiel dans lequel on étudie la quantité de mouvement car la vitesse en dépend.
- Le vecteur quantité de mouvement totale $\vec{p}$ d'un système formé de plusieurs corps $1, 2, \dots, n$ est la somme vectorielle des vecteurs quantités de mouvement individuels :

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \cdots + \vec{p}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i$$

■ As-tu-compris ?

3. Deux voitures, l'une ayant une masse deux fois plus grande que l'autre, roulent à la même vitesse. Comparée à l'autre voiture, la quantité de mouvement de la voiture plus lourde est

A. le double B. identique C. la moitié

4. Si l'énergie cinétique d'un corps est nulle, que vaut sa quantité de mouvement ?

3.2 Variation de la quantité de mouvement

D'après la définition, le vecteur accélération (moyenne) est égale à la variation du vecteur vitesse par unité de temps :

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \qquad (1)$$

D'après le PFD (2e loi de Newton), le vecteur accélération d'un corps de masse m qui subit une force extérieure résultante $\vec{F}_{res}$ s'écrit :

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{res}}{m} \qquad (2)$$

(1) et (2) :

$$\vec{F}_{res} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta\vec{v} = \Delta(m\vec{v}) = \Delta\vec{p} \qquad (m = \text{const})$$

La **variation du vecteur quantité de mouvement $\Delta\vec{p}$** d'un corps qui subit une force extérieure résultante $\vec{F}_{res}$ durant une durée Δt s'écrit :

$$\boldsymbol{\Delta\vec{p} = \vec{F}_{res} \cdot \Delta t}$$

La norme de la variation du vecteur quantité de mouvement s'écrit :

$$\|\Delta\vec{p}\| = F_{res} \cdot \Delta t$$

Remarques

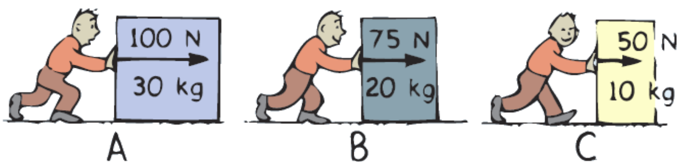
La variation de la vitesse d'un corps de masse m donnée ne dépend donc pas seulement de la force mais du produit force · durée.[2]

- Pour Δt donnée : $\|\Delta\vec{p}\| \sim F_{res}$
- Pour F_{res} donnée : $\|\Delta\vec{p}\| \sim \Delta t$

Une force très faible appliquée pendant une durée très longue peut provoquer une variation de quantité de mouvement notable. Une force limitée pendant une durée très courte ne produit pratiquement pas de variation de quantité de mouvement. Différentes forces exercées pendant des intervalles de temps différents peuvent produire la même variation de quantité de mouvement.

As-tu-compris ?

5. Une personne pousse les caisses à partir du repos pendant 3 s avec une force résultante constante.



Classer par ordre décroissant

a. la variation de la quantité de mouvement des caisses

b. leurs quantités de mouvement après 3 s

c. leurs vitesses finales

---

[2] La grandeur *force · durée* est appelée *impulsion*. C'est en somme la cause d'une variation de la quantité de mouvement. L'unité SI de l'impulsion est le N · s.

Exercice résolu 3

Énoncé : Un conducteur de scooter de masse totale $m = 160\ \mathrm{kg}$ roule en ligne droite à une vitesse de 8 m/s. Pour s'immobiliser, il freine avec une force constante.

a. Calculer la norme de cette force sachant que le freinage dure 4 s.

b. Comment varie la norme de la force si l'on réalise le même freinage en 3 s ?

Solution :

a. Quantité de mouvement initiale (au début) :

$$p = mv = 160\ \mathrm{kg} \cdot 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 1280\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Quantité de mouvement finale (à l'arrêt) :

$$p' = mv' = 160\ \mathrm{kg} \cdot 0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 0$$

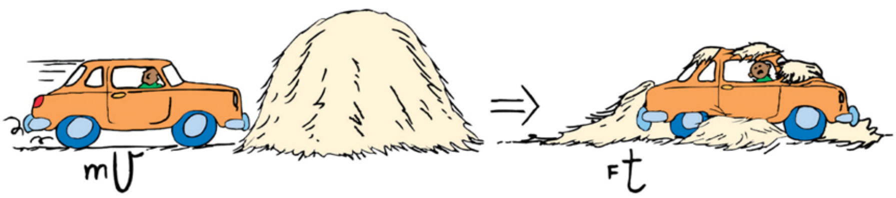
$$F_{res} = \frac{|\Delta p|}{\Delta t} = \frac{|p' - p|}{\Delta t} = \frac{1280\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{4\ \mathrm{s}} = 320\ \mathrm{N}$$

b.

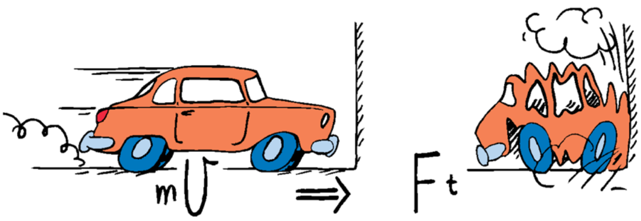
$$F_{res} = \frac{|\Delta p|}{\Delta t} = \frac{1280\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{3\ \mathrm{s}} = 427\ \mathrm{N}$$

Applications

1. Pour augmenter au maximum la quantité de mouvement d'un corps, il faut appliquer une force résultante maximale durant une durée d'impact aussi longue que possible. Un joueur de golf, un joueur de baseball, un joueur de tennis - tous ces sportifs appliquent ce principe lorsqu'ils frappent la balle avec beaucoup de force, tout en accompagnant la balle avec leur swing.
2. Pour diminuer la quantité de mouvement d'un corps avec une force d'impact aussi petite que possible, il faut prolonger au maximum la durée d'impact. Par exemple, si on se trouve dans une voiture hors de contrôle et qu'on a le choix entre une collision avec un tas de foin ou un mur, on choisira le tas de foin. La variation de la quantité de mouvement est la même dans les deux cas (la vitesse finale est nulle). Or la même variation de la quantité de mouvement ne signifie pas nécessairement la même force ou la même durée, mais le même produit $F_{res} \cdot \Delta t$.
   - Si la variation de la quantité de mouvement a lieu durant une longue durée, la force d'impact est petite.



   - Si la variation de la quantité de mouvement a lieu durant un bref instant, la force d'impact est grande



4. Explosions et collisions

Pour faire varier la quantité de mouvement d'un système, il faut exercer une force extérieure résultante sur le système :

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}_{res} \cdot \Delta t$$

Des forces intérieures au systèmes n'ont aucun effet sur sa quantité de mouvement[3]. Par exemple, les forces moléculaires qui existent à l'intérieur d'une balle de tennis n'influencent pas sa quantité de mouvement. De même, pousser contre le volant d'une voiture dans laquelle on est assis ne peut pas changer sa quantité de mouvement. Si aucune force extérieure résultante n'agit sur un système, alors sa quantité de mouvement ne varie pas. C'est l'un des principes fondamentaux de la physique.

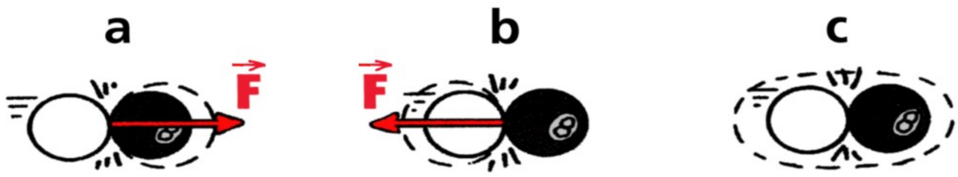
4.1 Principe de la conservation de la quantité de mouvement

Si la force extérieure résultante sur un système est nulle, alors la quantité de mouvement $\vec{p}$ du système est conservée :

$$\boldsymbol{\vec{F}_{res} = \vec{0} \Leftrightarrow \Delta\vec{p} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{p} = \overrightarrow{const}}$$

Exemple

Considérons la collision en plein centre entre la boule de billard blanche et la boule noire qui se trouve initialement au repos. Étudions la variation de la quantité de mouvement des trois systèmes indiqués en pointillés sur la figure. Notons $\vec{p}$ la quantité de mouvement initiale du système et $\vec{p}'$ sa quantité de mouvement finale.



a. La boule blanche exerce une force extérieure sur le système ❽. Cette force augmente la quantité de mouvement du système ❽. La boule noire accélère.

$$p'_{\text{❽}} > p_{\text{❽}} \;\Leftrightarrow\; \Delta p_{\text{❽}} > 0$$

b. La boule noire exerce une force extérieure sur le système ○. Cette force diminue la quantité de mouvement du système ○. La boule blanche décélère.

$$p'_{\bigcirc} < p_{\bigcirc} \;\Leftrightarrow\; \Delta p_{\bigcirc} < 0$$

c. La force extérieure résultante sur le système ○ + ❽ est nulle[4]. L'interaction entre les deux boules constituent des forces intérieures au système. La boule noire est accélérée et la balle blanche est freinée, mais la quantité de mouvement globale du système ○ + ❽ est conservée durant la collision. Il s'avère que les boules de billard échangent simplement leurs vitesses. La boule blanche s'immobilise et la boule noire acquiert la vitesse initiale de la boule blanche.

$$p'_{\bigcirc+\text{❽}} = p_{\bigcirc+\text{❽}} \;\Leftrightarrow\; \Delta p_{\bigcirc+\text{❽}} = 0$$

---

[3] Selon le principe d'action-réaction, toutes les forces internes au système s'annulent.

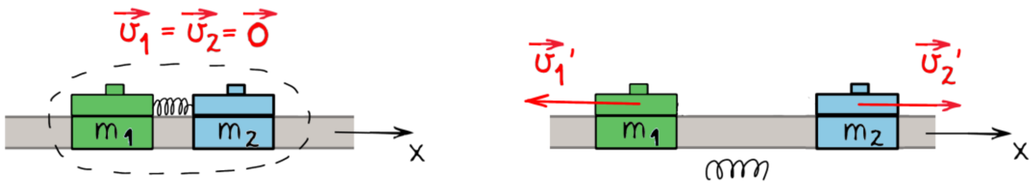
[4] Le poids des boules est compensé par la réaction de la table horizontale. Le frottement entre les boules et la table, ainsi que la résistance de l'air sont négligeables durant la courte durée de la collision. On pourrait aussi imaginer que cet événement a lieu dans l'espace intersidéral.

4.2 Explosions

On dispose de deux chariots pouvant circuler horizontalement sur un banc à coussin d'air afin de pouvoir négliger les frottements. Un ressort est fixé entre les deux chariots initialement au repos. On rapproche les chariots afin de comprimer le ressort et on relâche ensuite les chariots qui s'éloignent l'un de l'autre dans des sens opposés. C'est un exemple simple d'une explosion.

Considérons le système composé des deux chariots et du ressort avant et après l'explosion :

Avant l'explosion *Après l'explosion*



$$p_x = p_{1x} + p_{2x} = m_1 \cdot \underbrace{v_{1x}}_{0} + m_2 \cdot \underbrace{v_{2x}}_{0} = 0$$

$$p'_x = p'_{1x} + p'_{2x} = m_1 v'_{1x} + m_2 v'_{2x} = -m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

Les forces que les chariots exercent l'un sur l'autre sont des forces intérieures au système. La force de frottement entre les chariots et le support est négligeable. La force extérieure résultante sur le système est nulle et la quantité de mouvement du système est conservée :

$$p'_x = p_x$$

$$-m_1 v'_1 + m_2 v'_2 = 0$$

$$m_1 v'_1 = m_2 v'_2$$

$$\boxed{\frac{v'_2}{v'_1} = \frac{m_1}{m_2}}$$

Cas particuliers

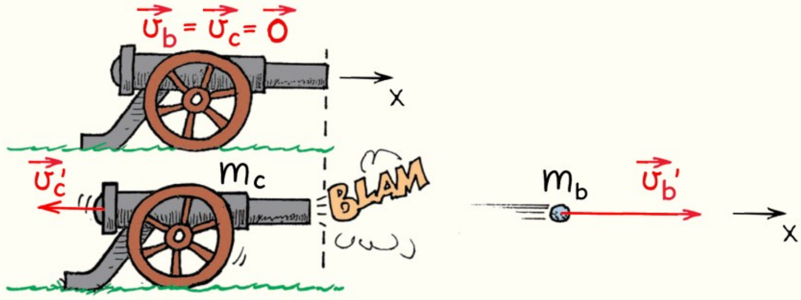
- Si $m_1 = m_2 = m$, alors $v'_1 = v'_2$. Les deux chariots s'éloignent avec des vitesses de normes identiques.
- Si $m_1 = 2m_2$, alors $v'_1 = \frac{1}{2} v'_2$. Le chariot avec une masse double, acquiert une vitesse de norme deux fois plus petite.

Remarques

- L'énergie cinétique initiale du système est nulle : $E_c = 0$. Après l'explosion, l'énergie cinétique du système vaut $E'_c = \frac{1}{2} m_1 (v'_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 (v'_2)^2 > 0$. Le système gagne donc en énergie cinétique. En effet, l'énergie potentielle élastique initialement stockée dans le ressort a été transférée aux chariots sous forme d'énergie cinétique.
- Lors de l'explosion, ce sont des forces intérieures qui accélèrent les deux chariots. Puisque le système ne subit pas de force extérieure résultante, le centre d'inertie du système reste au repos lors de l'explosion (d'après la première loi de Newton). Les forces intérieures à un système ne peuvent pas changer l'état de mouvement de son centre d'inertie.

Exercice résolu 4

Énoncé : Un canon de masse $m_c = 500\ \mathrm{kg}$ tire un boulet de masse $m_b = 10\ \mathrm{kg}$ à une vitesse $v_b' = 320\ \mathrm{m/s}$. Calculer la norme de la vitesse de recul v_c' du canon.



Solution :

Considérons le système isolé canon + boulet. La quantité de mouvement du système avant le tir est nulle. Puisque la quantité de mouvement du système est conservée, elle est également nulle juste après le tir.

$$\frac{v_c'}{v_b'} = \frac{m_b}{m_c}$$

$$v_c' = \frac{m_b}{m_c} v_b'$$

A.N. :

$$v_c' = \frac{10}{500} \cdot 320$$
$$= 6{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Le canon recule avec une vitesse de 6,4 m/s.

Remarques

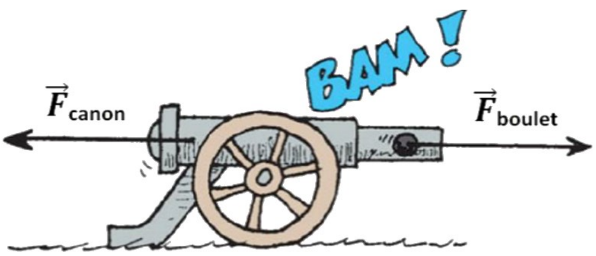
- D'après le principe d'action-réaction, le boulet et le canon subissent des forces de même norme. C'est une conséquence directe du principe de la conservation de la quantité de mouvement :

$$m_c\, v_c' = m_b\, v_b'$$

$$m_c\, a_c\, t = m_b\, a_b\, t$$

$$F_c\, t = F_b\, t$$

$$F_c = F_b$$



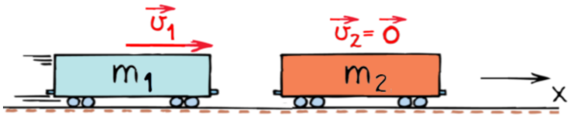
- D'après le principe fondamental de la dynamique $\left(a = \frac{F}{m}\right)$, la force fait accélérer le boulet davantage que le canon car la masse du boulet est plus petite.
- D'après le principe d'inertie, le canon a une inertie plus grande, donc plus de tendance à rester dans son état de mouvement (le repos).

4.3 Collisions inélastiques

Lors d'une **collision inélastique**, une partie de l'énergie cinétique du système des corps en interaction est dissipée (par exemple sous forme d'énergie thermique). Si les corps en interaction restent accrochés après le choc, on parle d'une collision totalement inélastique.

Sur une voie ferrée, un wagon 1 de masse m_1 roulant à une vitesse v_1 heurte un wagon 2 de masse m_2 initialement au repos. Les deux wagons restent couplés après la collision (collision totalement inélastique). Considérons le système des deux wagons et déterminons l'expression de la vitesse v' du système après la collision.

Avant la collision



$$
\begin{aligned}
p_x &= p_{1x} + p_{2x} \\
&= m_1 v_{1x} + m_2 \cdot \underbrace{v_{2x}}_{0} \\
&= m_1 v_1
\end{aligned}
$$

Après la collision

$$
\begin{aligned}
p'_x &= p'_{1x} + p'_{2x} \\
&= (m_1 + m_2) v'_x \\
&= (m_1 + m_2) v'
\end{aligned}
$$

Les forces que les wagons exercent l'un sur l'autre sont des forces intérieures au système. Puisque l'impact est bref, la force de frottement entre les wagons et les rails est négligeable durant la collision. La quantité de mouvement du système est donc conservée :

$$p_x = p'_x$$

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v'$$

$$\boxed{v' = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\, v_1}$$

Cas particuliers

- Si $m_1 = m_2 = m$, alors $v' = \frac{1}{2} v_1$
- Si $m_1 = 2m_2$, alors $v' = \frac{2}{3} v_1$
- Si $m_2 = 2m_1$, alors $v' = \frac{1}{3} v_1$
- Si $m_1 \gg m_2$ $(m_2 \to 0)$, alors $v' = v_1$
- Si $m_2 \gg m_1$ $(m_1 \to 0)$, alors $v' = 0$

Remarque

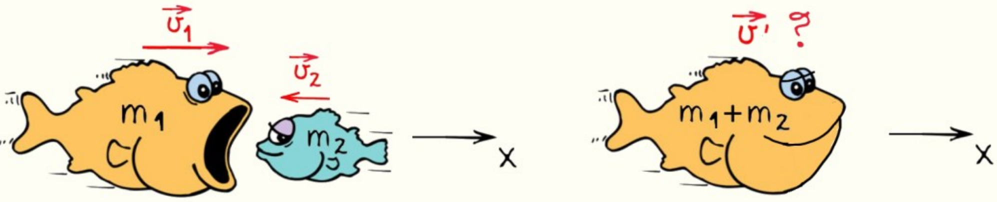
L'énergie cinétique du système juste avant la collision vaut $E_c = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$. L'énergie cinétique du système juste après la collision s'écrit :

$$E'_c = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v'^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\, v_1\right)^2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} E_c < E_c$$

Une partie de l'énergie cinétique initiale du système est transformée lors de la collision (notamment en énergie thermique et en énergie acoustique).

Exercice résolu 5

Énoncé : Un grand poisson affamé de masse $m_1 = 6\ \mathrm{kg}$ qui nage à une vitesse $v_1 = 1\ \mathrm{m/s}$ s'apprête à dévorer un petit poisson inattentif de masse $m_2 = 2\ \mathrm{kg}$ qui nage à une vitesse $v_2 = 2\ \mathrm{m/s}$ dans la même direction, mais dans le sens opposé.



a. Déterminer la vitesse du grand poisson juste après avoir dévoré le petit.

b. Déterminer le pourcentage en énergie cinétique dissipée durant la dévoration.

Solution :

a. Il s'agit d'une collision totalement inélastique. Considérons le système renfermant les deux poissons.

Quantité de mouvement initiale du système :

$$p_x = p_{1x} + p_{2x} = m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 v_1 - m_2 v_2$$

Quantité de mouvement du système après la dévoration :

$$p'_x = p'_{1x} + p'_{2x} = (m_1 + m_2) v'_x$$

Pendant la dévoration, il n'y a pas de force extérieure qui agit sur le système des deux poissons (on néglige la résistance de l'eau). La quantité de mouvement totale du système est conservée :

$$p_x = p'_x$$

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v'_x$$

$$v'_x = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

A.N. :

$$v'_x = \frac{6\ \mathrm{kg} \cdot 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 2\ \mathrm{kg} \cdot 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{8\ \mathrm{kg}} = \frac{1}{4}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} > 0$$

Après le repas, le grand poisson se déplace avec une vitesse de 0,25 m/s vers la droite.

b. Énergie cinétique initiale du système :

$$E_c = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 6\ \mathrm{kg} \cdot \left(1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot 2\ \mathrm{kg} \cdot \left(2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = 7\ \mathrm{J}$$

Énergie cinétique finale du système :

$$E'_c = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v'^2 = \frac{1}{2} \cdot 8\ \mathrm{kg} \cdot \left(\frac{1}{4}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = \frac{1}{4}\ \mathrm{J}$$

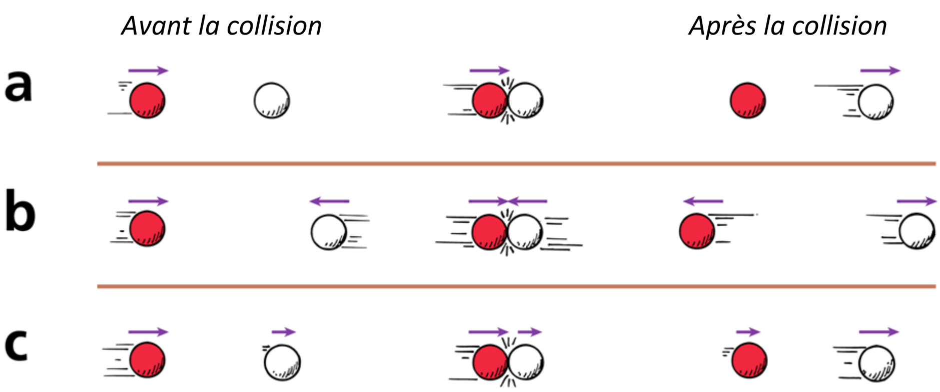
$$\frac{E'_c}{E_c} = \frac{1}{28} = 0{,}036 = 3{,}6\%$$

96,4% de l'énergie cinétique initiale du système a été dissipée.

4.4 Collisions élastiques

Lors d'une **collision élastique**, les corps en interaction ne subissent soit aucune déformation, soit une déformation parfaitement élastique. L'énergie cinétique du système est conservée.

Considérant la collision en plein centre de deux boules et supposons que la collision soit élastique. Différentes situations initiales et finales peuvent avoir lieu :



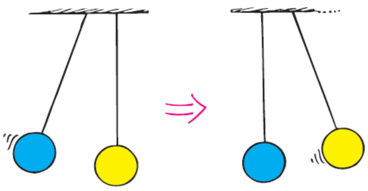
Puisque les forces extérieures durant la collision sont négligeables et puisque la collision est élastique, la quantité de mouvement et l'énergie cinétique du système des deux boules en interaction sont conservées lors du choc. En connaissant les vitesses initiales v_1 et v_2 des deux boules ainsi que leurs masses respectives m_1 et m_2, on peut calculer leur vitesses v_1' et v_2' après le choc. Le calcul peut être consulté dans le chapitre « pour en savoir plus ».

Pour le cas particulier où la **deuxième boule est initialement au repos ($v_2 = 0$)**, on obtient :

$$v_{1x}' = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1x} \quad \text{et} \quad v_{2x}' = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1x}$$

Conclusions

- Après le choc, la vitesse de la boule 2 est évidemment orientée dans le même sens que la vitesse initiale de la boule 1. En effet, v_{2x}' a même signe que v_{1x}, car $\frac{2m_1}{m_1+m_2} > 0$.
- Si $m_1 = m_2 = m$, alors $v_{1x}' = 0$ et $v_{2x}' = v_{1x}$
  Les deux boules échangent simplement leurs vitesses lors de la collision. La boule 1 s'immobilise et la boule 2 avance avec la vitesse initiale de la boule 1.
  Application : le **pendule de Newton**



- Si $m_1 < m_2$, alors v_{1x}' est de signe opposé que v_{1x}. La boule 1 est réfléchie lors de la collision.
- Si $m_1 \ll m_2$ $(m_1 \to 0)$, alors $v_{1x}' = -v_{1x}$ et $v_{2x}' = 0$
  Exemple : Collision en plein centre entre une balle de tennis de table et une boule de bowling au repos.
- Si $m_1 > m_2$, alors v_{1x}' est de même signe que v_{1x}. La boule 1 continue à rouler dans le même sens après la collision.
- Si $m_1 \gg m_2$ $(m_2 \to 0)$, alors $v_{1x}' = v_{1x}$ et $v_{2x}' = 2v_{1x}$
  Exemple : Collision en plein centre entre une boule de bowling et une balle de tennis de table au repos.

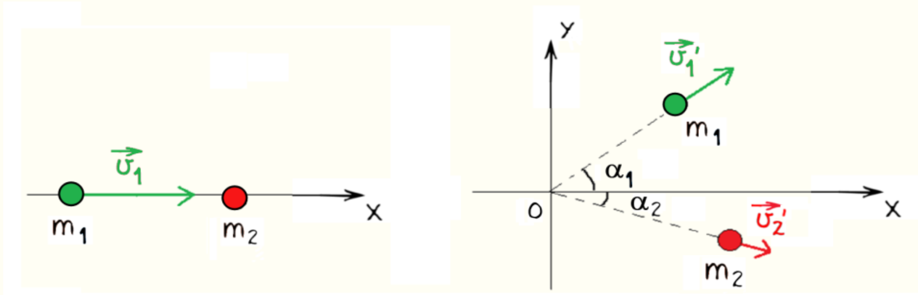
4.5 Collisions à deux dimensions

Lorsque les mouvements de deux corps entrant en collision s'effectuent dans un plan, on parle de chocs à deux dimensions. La quantité de mouvement est une grandeur vectorielle. Pour étudier des collisions à deux dimensions, il est utile d'employer les techniques du calcul vectoriel.

Exercice résolu 6

Énoncé : Un proton de masse $m_1 = 1{,}6726 \cdot 10^{-27}$ kg se déplace vers la droite avec une vitesse v_1 et heurte une particule 2 qui se trouve au repos. Après la collision non frontale, le proton se déplace à une vitesse $v_1' = 8 \cdot 10^4$ m/s et sa trajectoire forme un angle $\alpha_1 = 65°$ avec l'horizontale. La particule 2 acquiert une vitesse $v_2' = 5{,}33 \cdot 10^4$ m/s et sa trajectoire forme un angle $\alpha_2 = -20°$ avec cette même horizontale. En déduire la masse m_2 de la particule 2, ainsi que la vitesse v_1 du proton.

Avant la collision *Après la collision*



Solution :

Aucune force extérieure n'agit sur le système des deux particules et sa quantité de mouvement est conservée :

$$\vec{p} = \vec{p}'$$

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \underbrace{\vec{v}_2}_{\vec{0}} = m_1 \cdot \vec{v}_1' + m_2 \cdot \vec{v}_2'$$

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 = m_1 \cdot \vec{v}_1' + m_2 \cdot \vec{v}_2'$$

En utilisant la notation des coordonnées dans le repère cartésien $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$:

$$m_1 \left| \begin{matrix} v_{1x} \\ v_{1y} \end{matrix} \right. = m_1 \left| \begin{matrix} v_{1x}' \\ v_{1y}' \end{matrix} \right. + m_2 \left| \begin{matrix} v_{2x}' \\ v_{2x}' \end{matrix} \right.$$

$$m_1 \left| \begin{matrix} v_1 \\ 0 \end{matrix} \right. = m_1 \left| \begin{matrix} v_1' \cos \alpha_1 \\ v_1' \sin \alpha_1 \end{matrix} \right. + m_2 \left| \begin{matrix} v_2' \cos \alpha_2 \\ -v_2' \sin \alpha_2 \end{matrix} \right.$$

Système de 2 équations à deux inconnues m_2 et v_1 :

$$m_1\, v_1 = m_1\, v_1' \, \cos \alpha_1 + m_2\, v_2' \, \cos \alpha_2 \qquad (1)$$

$$0 = m_1\, v_1' \, \sin \alpha_1 - m_2\, v_2' \, \sin \alpha_2 \qquad (2)$$

Isolons m_2 de (2) :

$$m_2 = \frac{m_1\, v_1' \, \sin \alpha_1}{v_2' \, \sin \alpha_2}$$

A.N. :

$$m_2 = \frac{1{,}6726 \cdot 10^{-27} \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot \sin(65°)}{5{,}33 \cdot 10^4 \sin(20°)} = 6{,}6524 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$$

Isolons v_1 de (1) :

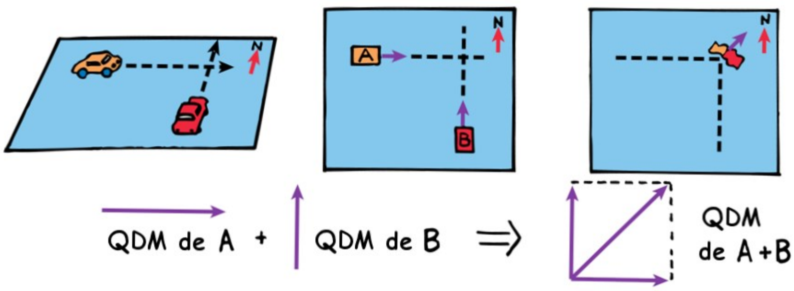
$$v_1 = v_1' \cos\alpha_1 + \frac{m_2\, v_2' \cos\alpha_2}{m_1}$$

A.N. :

$$v_1 = 8 \cdot 10^4 \cdot \cos(65°) + \frac{6{,}6524 \cdot 10^{-27} \cdot 5{,}33 \cdot 10^4 \cos(20°)}{1{,}6726 \cdot 10^{-27}} = 2{,}33 \cdot 10^5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

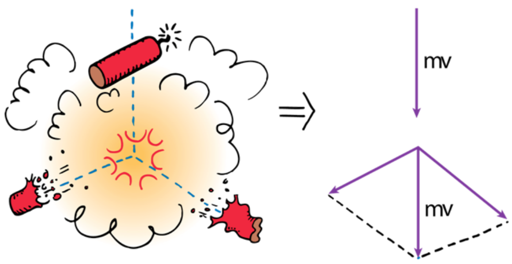
Autres exemples

- Collision totalement inélastique entre 2 voitures se déplaçant dans des directions différentes



- Explosion d'un bâton de dynamite qui tombe

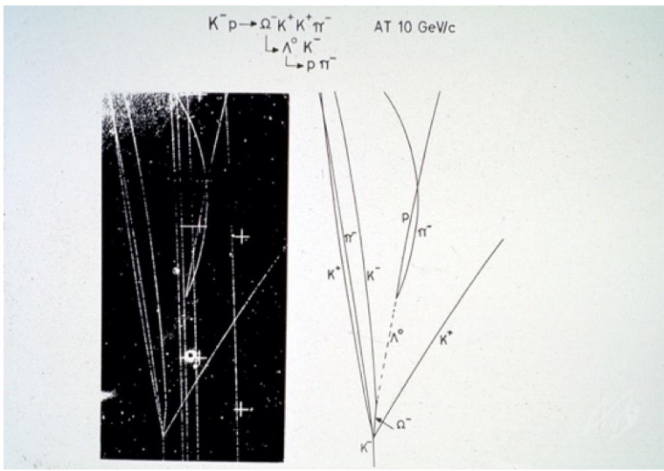
  La somme vectorielle des quantités de mouvement des deux fragments après l'explosion est égale à la quantité de mouvement du bâton juste avant l'explosion. Des exemples similaires sont les explosions d'un feu d'artifice ou d'une étoile ou encore la désintégration d'un noyau atomique.



- Boules de billard

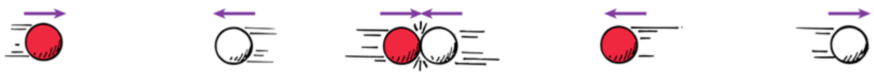
  Lors de la casse, la somme vectorielle des quantités de mouvement individuelles des boules juste après le choc est égale à la quantité de mouvement de la boule blanche juste avant le choc.

  Un exemple similaire est la collision et la désintégration de particules subatomiques. Les trajectoires de ces particules avant et après la collision avec d'autres particules élémentaires sont visibles dans des chambres à bulles. La masse de ces particules peut alors être déduite en appliquant les lois de la conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie. L'image ci-dessous a été prise dans une chambre à bulles au CERN.



5. Pour en savoir plus

Solutions pour une collision élastique à une dimension



PCQM :

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 v'_{1x} + m_2 v'_{2x} \quad (1)$$

$$m_1 (v_{1x} - v'_{1x}) = m_2 (v'_{2x} - v_{2x}) \quad (2)$$

Conservation de l'E_c :

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1x}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2x}^2 = \frac{1}{2} m_1 {v'_{1x}}^2 + \frac{1}{2} m_2 {v'_{2x}}^2$$

$$m_1 \left(v_{1x}^2 - {v'_{1x}}^2\right) = m_2 \left({v'_{2x}}^2 - v_{2x}^2\right)$$

$$m_1 (v_{1x} + v'_{1x})(v_{1x} - v'_{1x}) = m_2 (v'_{2x} + v_{2x})(v'_{2x} - v_{2x}) \qquad (3)$$

C'est un système de 2 équations à 2 inconnues. En divisant (3) par (2), on obtient :

$$v_{1x} + v'_{1x} = v'_{2x} + v_{2x}$$

$$v'_{2x} = v_{1x} + v'_{1x} - v_{2x} \qquad (4)$$

En remplaçant (4) dans (1) :

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 v'_{1x} + m_2 (v_{1x} + v'_{1x} - v_{2x})$$

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 v'_{1x} + m_2 v_{1x} + m_2 v'_{1x} - m_2 v_{2x}$$

$$(m_1 + m_2) v'_{1x} + (m_2 - m_1) v_{1x} - 2 m_2 v_{2x} = 0$$

$$v'_{1x} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1x} + \left(\frac{2 m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2x} \qquad (5)$$

En remplaçant (5) dans (4) :

$$v'_{2x} = v_{1x} + \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1x} + \left(\frac{2 m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2x} - v_{2x}$$

$$v'_{2x} = \left(\frac{2 m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1x} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{2x}$$

Solutions :

$$v'_{1x} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1x} + \left(\frac{2 m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2x}$$

$$v'_{2x} = \left(\frac{2 m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1x} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{2x}$$

Cas particulier :

Si $m_1 = m_2 = m$, alors $v'_{1x} = v_{2x}$ et $v'_{2x} = v_{1x}$

Les deux boules échangent simplement leurs vitesses lors de la collision.

Choc élastique non frontal entre deux particules de même masse

Lors d'une collision élastique non frontale entre deux particules de même masse, et dont l'une se trouve initialement au repos, l'angle entre les vecteurs vitesse après la collision vaut toujours 90°.

Démonstration :

Conservation de la quantité de mouvement :

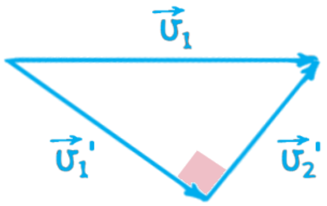
$$m\vec{v}_1 = m\vec{v}_1' + m\vec{v}_2'$$
$$\vec{v}_1 = \vec{v}_1' + \vec{v}_2'$$

Les vecteurs $\vec{v}_1$, $\vec{v}_1'$ et $\vec{v}_2'$ forment donc un triangle dont le vecteur $\vec{v}_1$ représente le côté le plus long.

Puisque la collision est élastique, l'énergie cinétique du système est conservée :

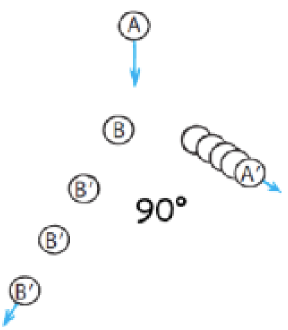
$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_1'^2 + \frac{1}{2}mv_2'^2$$
$$v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2$$

D'après le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle, cette relation est vérifiée si et seulement si les vecteurs $\vec{v}_1'$ et $\vec{v}_2'$ sont perpendiculaires. L'angle entre $\vec{v}_1'$ et $\vec{v}_2'$ vaut donc 90°.



Exemple

Une boule de billard vient frapper une autre boule de billard au repos. Les directions des mouvements des deux boules après le choc forment un angle de 90°.



6. Exercices

Lois de Newton

1. Un glaçon avance sur le sol en mouvement rectiligne uniforme. Que peut-on en déduire au sujet de la force résultante agissant sur lui ?

2. Un ami te dit que si une météorite dans l'espace intersidéral ne subit aucune force, alors la météorite est forcément immobile. A-t-il raison ?

3. Une malheureuse mouche s'écrase sur la vitre frontale d'un bus qui roule sur une autoroute. Comparée à la norme de la force qui s'exerce sur la mouche, la norme de la force qui s'exerce sur le bus est …

A. plus grande
B. identique
C. plus petite

4. Un objet de masse $m = 0{,}8\ \mathrm{kg}$ est poussé avec une force résultante d'intensité $F = 3\mathrm{N}$.

a. Calculer l'accélération de l'objet.

b. Comment varie l'accélération si on tire le même objet avec une force d'intensité $2F$?

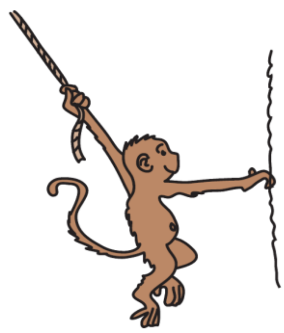
c. Comment varie l'accélération si on tire avec la même force F un objet de masses $2m$?

5. Deux amis Jean et Pierre font un concours et tirent une corde l'un contre l'autre à ses extrémités. Jean arrive à faire glisser son ami Pierre vers lui.

Laquelle des affirmations est correcte ?

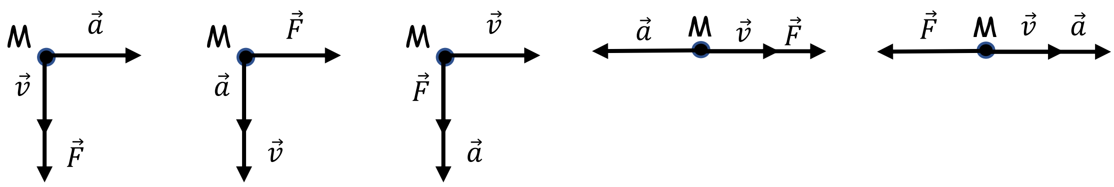
A. La force que Jean exerce est plus grande que celle qu'exerce Pierre
B. La force que Jean exerce est plus grande que le poids de Pierre
C. Les forces exercées par Jean et Pierre sont identiques : $F_J = F_P$
D. Jean a triché et a exercé sa force avant Pierre
E. Aucune des réponses

6. La figure montre un singe suspendu au repos. Avec sa main gauche il s'agrippe à une corde, avec sa main droite il tient une tige. Faire le diagramme de forces.



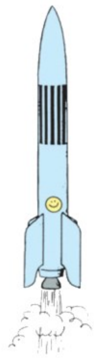
7. On a un corps M en mouvement et on suppose que la force $\vec{F}$ est la seule force extérieure s'exerçant sur le corps. Lequel des cas suivants peut être correct ?

A. B. C. D. E.



8. Montrer que l'accélération de chute libre d'un corps est indépendante de sa masse.

9. Lors du lancement, une fusée Saturn V a une masse $m = 2{,}7 \cdot 10^6\ \mathrm{kg}$. La propulsion des gaz de combustion fournit une poussée verticale $F = 3{,}3 \cdot 10^7\ \mathrm{N}$.



   a. Identifier la paire de forces d'interaction action-réaction qui permet l'accélération de la fusée.

   b. Calculer l'accélération de la fusée.

   c. L'accélération est supposée constante et la résistance de l'air ainsi que la diminution de la masse de la fusée sont négligées. Calculer la vitesse de la fusée après 10 secondes.

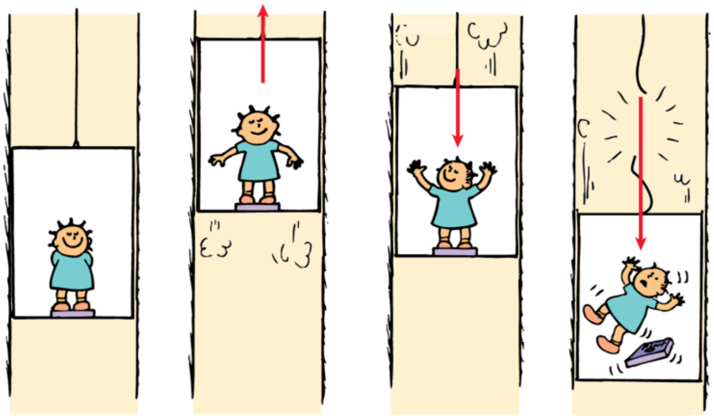
10. Par l'application d'une force de freinage F constante, la vitesse d'une voiture de masse $m = 800\ \mathrm{kg}$ passe de $90\ \mathrm{km/h}$ à $60\ \mathrm{km/h}$ en 5 s. Déterminez la valeur de la décélération de la voiture et déduisez-en l'intensité de la force de freinage.

11. Une fille de masse $m = 30\ \mathrm{kg}$ se trouve sur une balance électronique dans un ascenseur au repos. Ensuite, l'ascenseur accélère uniformément vers le haut avec une accélération de $a_y = 1{,}5\ \mathrm{m/s^2}$. Ensuite le mouvement devient uniforme et finalement l'ascenseur freine avec une accélération uniforme de $a_y = -2\ \mathrm{m/s^2}$. Pour chacune des phases du mouvement :

   a. Représenter les forces qui agissent sur la fille.

   b. Calculer la valeur indiquée par la balance.

   c. Quelle sont l'accélération de la fille et la valeur indiquée par la balance si la corde de l'ascenseur se déchire ?

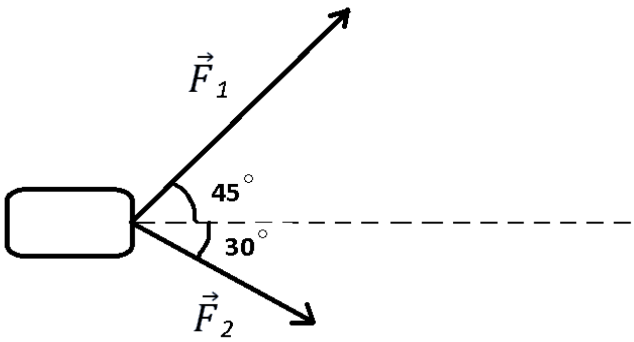


12. Trois blocs de masse 1 kg chacun et reliés avec un fil de masse négligeable sont tirés avec une force $\vec{F}$ de norme 30 N vers la droite sur une surface horizontale sans frottement.

   a. Calculer l'accélération du système.

   b. Déterminer les tensions dans les fils entre les blocs et représenter-les sur la figure.

13. On tire un objet de masse $m = 5$ kg immobile à l'aide de deux forces $\vec{F}_1$ d'intensité 6N et $\vec{F}_2$ d'intensité 4N comme l'indique la vue du dessus suivante :

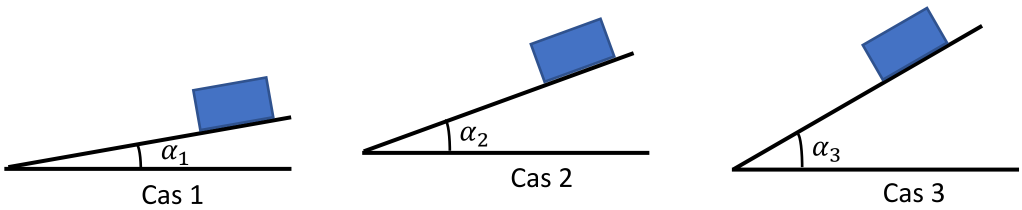


a. Déterminer l'intensité de la force résultante ainsi que l'angle α qu'elle fait avec l'horizontale par la méthode graphique et par le calcul.

b. Calculer l'accélération de l'objet.

14. Une savonnette de masse m glisse sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 15°$ par rapport à l'horizontale. On néglige les frottements. Calculer l'accélération de la savonnette.

15. Trois corps de masses de différentes sont accélérées à partir du repos le long de 3 plans inclinés différents. On suppose que l'on peut négliger tout frottement.



Données : $\alpha_1 = 10°$; $\alpha_2 = 20°$; $\alpha_3 = 30°$

$$m_1 = 6 \text{ kg} ;\ m_2 = 2 \text{ kg}; m_3 = 4 \text{ kg}$$

Classer par ordre croissant les accélérations pour les trois cas.

16. Une voiture de masse 1 t est garée en haut d'une côte faisant un angle de 10° avec l'horizontale. Soudain le frein à main cède et la voiture commence à descendre la côte. On néglige les frottements dus au sol et à l'air.

a. Faire le bilan des forces extérieures sur la voiture et représenter les forces sur un schéma.

b. Calculer l'accélération de la voiture.

c. Calculer la vitesse de la voiture après 10 m.

d. Vérifier le résultat à l'aide d'une considération énergétique.

17. Une voiture de masse $m = 800\ \mathrm{kg}$ monte à une vitesse constante de $60\ \mathrm{km/h}$ une côte de 10 %. La force de frottement est supposée constante et vaut 500 N.

a. Faire le bilan et un schéma des forces extérieures appliquées à la voiture.

b. Calculer l'intensité de la force motrice.

c. Le chauffeur retire son pied de la pédale de vitesse. Calculer la décélération de la voiture.

18. Une voiture de masse 2000 kg descend une côte, faisant un angle de 20° avec l'horizontale, avec une vitesse constante de 54 km/h. On prend $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$.

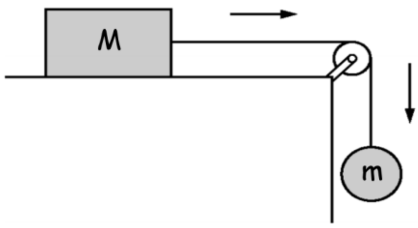
a. Les forces de frottement ont une intensité de :

A. 0 N B. 684 N C. 1880 N D. 6710 N E. 18437 N F. 19620 N

b. La réaction du support a une intensité de :

A. 0 N B. 684 N C. 1880 N D. 6710 N E. 18437 N F. 19620 N

19. Sur un rail horizontal, un chariot de masse $M = 190\ \mathrm{g}$ peut se déplacer sans frottement. Il est accroché à une masse de $m = 10\ \mathrm{g}$ suspendue par l'intermédiaire d'un fil de masse négligeable passant par une poulie.



a. Calculer l'accélération du système.

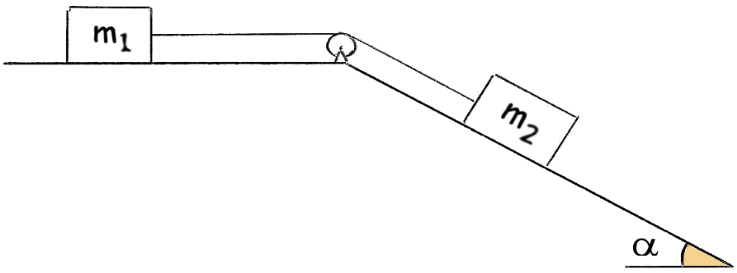
b. Calculer la tension du fil.

20. Une machine d'Atwood est constituée d'une poulie fixe de masse négligeable sur laquelle passe un fil de masse négligeable. Aux deux extrémités du fil on fixe des masses $M = 150\ \mathrm{g}$ et $m = 100\ \mathrm{g}$. Le système est lâché sans vitesse initiale.

a. Calculer l'accélération du système.

b. Calculer la tension du fil.

21. Deux blocs sont reliés entre eux par l'intermédiaire d'un fil de masse négligeable passant par une poulie. Le bloc de masse $m_1 = 2\ \mathrm{kg}$ se trouve sur un support horizontal lisse et peut glisser **sans frottement**. Le bloc de masse $m_2 = 4\ \mathrm{kg}$ se trouve sur un plan incliné de $\alpha = 30°$ et subit une force de frottement constante de 2 N. On lâche le système sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$.



a. Représenter sur un schéma les forces extérieures qui agissent sur le système des deux blocs.

b. Calculer l'accélération du système.

c. Calculer la distance parcourue par le système durant la première seconde.

d. Déterminer la tension dans le fil.

Théorème de l’énergie cinétique

22. On pousse une caisse horizontalement avec une force de norme 100 N sur une distance de 10 m. La force de frottement entre la caisse et le plancher est constante et de norme 70 N.

a. Calculer la variation de l’énergie cinétique de la caisse.

b. Quelle quantité d’énergie mécanique est dissipée sous forme d’énergie thermique ?

23. Calculer le travail résultant effectué sur une voiture de 1500 kg qui est accélérée du repos à une vitesse de 30 m/s.

24. La même voiture roule à la vitesse de 72 km/h. Le conducteur freine et la voiture s’arrête après 20 m. Calculer l’intensité de la force de freinage exercée sur la voiture.

25. La même voiture roule à présent à une vitesse de 36 km/h. L’intensité de la force de freinage reste la même. Calculer la distance de freinage à cette vitesse.

26. La diminution de la vitesse d’un passager lors d’un choc est due essentiellement à l’action de la ceinture de sécurité. Un passager de masse $m = 60 \text{ kg}$ circule en voiture à la vitesse $v_0 = 72 \text{ km/h}$. Au cours du choc, la vitesse de la voiture s’annule sur une distance $d = 3{,}5 \text{ m}$.

a. Calculer l’intensité de la force moyenne exercée par la ceinture de sécurité sur le passager.

b. Refaire le calcul en supposant que la voiture circule initialement à $v_0{}' = 36 \text{ km/h}$ et conclure.

27. Un parachutiste de masse 90 kg est en chute à la vitesse $v_0 = 180 \text{ km/h}$. Il ouvre son parachute et sur une distance verticale de 120 m sa vitesse est réduite à v_1 par l’action de la résistance de l’air supposée constante et d’intensité 1900 N. Représenter les forces qui agissent sur le parachutiste et calculer la vitesse v_1 en utilisant le TEC.

28. Dans un parc d’attraction, une nacelle est remontée au sommet d’une tour. Elle est abandonnée en chute libre sur une hauteur $h = 20 \text{ m}$, avant d’être freinée sur une distance $h' = 8 \text{m}$ jusqu’à son arrêt.

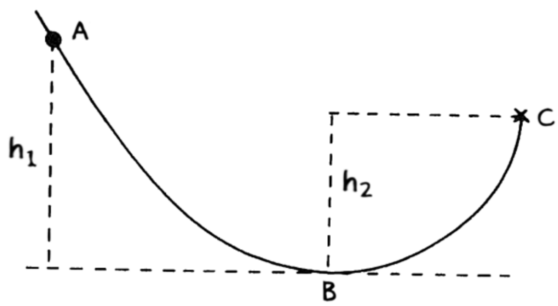
a. Quelle est la vitesse de la nacelle après la chute libre ?

b. Quelle est, lors du freinage, l’intensité F de la force supposée constante exercée par le siège sur un passager de masse 60 kg ? Comparer cette force au poids P du passager.

29. La figure montre une bille glissant le long d’un fil rigide.

a. Quelle doit être la hauteur h_1 si la bille, partant au repos de A, atteint une vitesse de 2 m/s au point B ? Le frottement est négligé.

b. On suppose maintenant que $h_1 = 0{,}5 \text{ m}$, $h_2 = 0{,}3 \text{ m}$ et que la distance de A à C est de 4 m. Une bille de 3 g est lâchée en A, glisse jusqu’en C et s’arrête. Déterminer l’intensité de la force de frottement supposée constante.



30. Un traineau de masse $m = 20$ kg initialement au repos en A glisse sans frottement le long d'une pente pour atteindre un point B situé à une altitude de 3 m plus bas. À partir de B, le sol est rugueux et exerce une force de frottement $\vec{F}_f$ constante sur le traineau de telle sorte qu'il s'immobilise en C après un trajet de 8 m. On considèrera le traineau comme ponctuel et on le représente par son centre d'inertie G.

a. Représenter les forces qui agissent sur le traineau entre A et B et déterminer la vitesse du traineau en B.

b. Représenter les forces qui agissent sur le traineau entre B et C et déterminer l'intensité de la force de frottement $\vec{F}_f$.

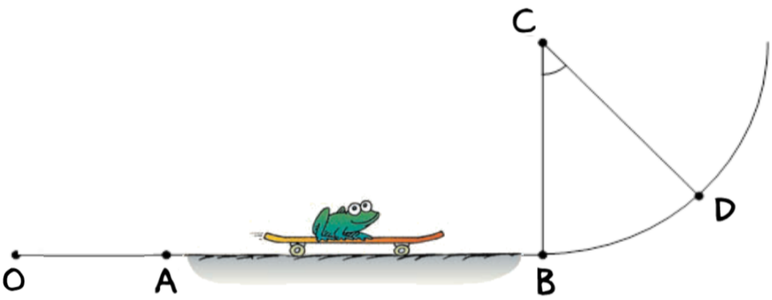
31. Un fusil de fléchettes comprend un ressort de raideur $k = 250$ N/m, de longueur $l_0 = 12$ cm et qui, comprimé par la fléchette de masse 25 g, ne mesure plus que $l = 4$ cm.

a. Avec quelle vitesse la fléchette sort-elle du fusil dans le cas d'un tir horizontal ? Faire le calcul

- sans tenir compte du frottement entre fléchette et fusil.
- en tenant compte d'une force de frottement constante d'intensité 0,15 N.

b. Quelle est l'altitude maximale h_{max} peut-elle atteindre dans le cas d'un tir vertical ? Faire le calcul sans tenir compte du frottement entre fléchette et fusil ni de la résistance de l'air.

32. Une grenouille sur une planche à roulettes de masse totale 3 kg roule sans frottement sur une piste horizontale à bord relevé. La planche part en O à partir du repos et accélère sur une distance $OA = 2$ m sous l'action d'une force résultante supposée constante. Sa vitesse en A vaut 2 m/s. La planche continue à rouler librement sur une distance $AB = 4$ m, puis suit une trajectoire circulaire de centre C et de rayon $R = CB = 2$ m. En D, elle s'arrête et rebrousse chemin. La force de frottement est négligée.



a. Calculer l'intensité de la force résultante entre O et A.

b. Calculer l'angle $\alpha = \widehat{BCD}$.

En réalité, la planche n'est montée que jusqu'en D' donné par $\alpha' = \widehat{BCD'} = 20°$, puis est redescendue et s'est arrêtée en A.

c. Calculer la force de frottement supposée constante sur le chemin de retour $D'BA$.

Indication :

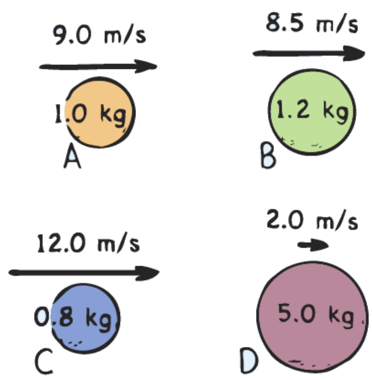
Longueur de l'arc de cercle : $s = R \cdot \alpha$, où α est exprimé en radians et R est le rayon.

Quantité de mouvement

33. Calculer la quantité de mouvement d'une boule de 10 kg roulant à une vitesse de 2 m/s.

34. Comparer la quantité de mouvement d'une balle de fusil de masse 6,8 g à une vitesse de 800 m/s avec un ballon de football de masse de 450 g et à une vitesse de 100 km/h.

35. Les balles ont des masses et des vitesses différentes. Ranger par ordre décroissant les normes de leurs quantités de mouvement.



36. Deux voitures, l'une avec une masse deux fois plus grande que l'autre, descendent une colline à la même vitesse. Comparée à la voiture plus légère, la quantité de mouvement de la voiture plus lourde est…

A. le double
B. la moitié
C. identique

37. Lorsque la vitesse d'un objet est doublée, sa quantité de mouvement…

A. reste identique
B. double
C. quadruple
D. diminue

38. Un véhicule lunaire est testé sur Terre et roule à une vitesse de 10 km/h. Lorsque le véhicule se déplace à la même vitesse sur la Lune, sa quantité de mouvement est

A. plus grande
B. plus petite
C. identique

Justifier.

39. Pourquoi les airbags des voitures réduisent le risque de blessures lors d'un accident.

40. Il est en général beaucoup plus difficile d'arrêter un camion qu'un cycliste roulant à la même vitesse. Imaginer un cas de figure pour lequel la force de freinage pour arrêter le cycliste est plus grande (le cycliste roulant toujours à la même vitesse que le camion).

41. Autrefois les voitures étaient conçues pour être aussi rigides que possibles. Aujourd'hui les voitures sont conçues pour se déformer lors d'un impact. Pourquoi ?

42. Qui a la plus grande masse ?

A. Un camion au repos.
B. Une planche à roulette qui roule.

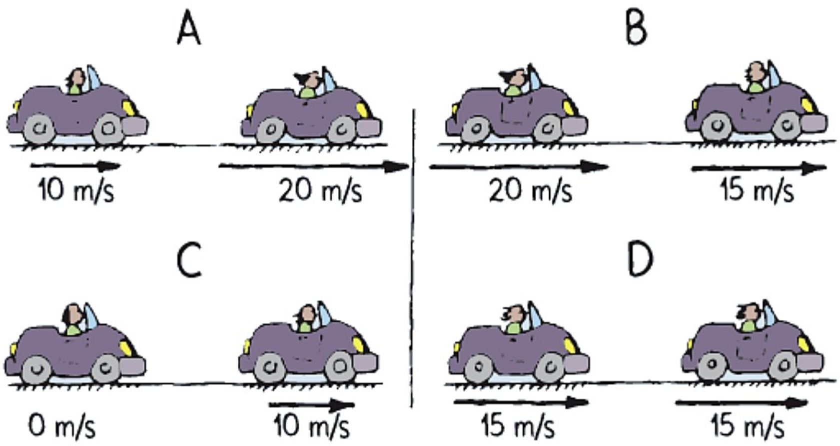
Qui a la plus grande quantité de mouvement ?

43. Calculer la variation de la quantité de mouvement lorsqu'une force moyenne de 10 N est exercée sur un chariot pendant 2,5 s.

44. Une voiture a la même énergie cinétique, qu'elle se déplace vers le nord ou avec la même vitesse vers le sud. Est-ce que la quantité de mouvement de la voiture est la même dans les deux cas ?

45. La voiture illustrée a une masse de 1000 kg. Ranger par ordre décroissant :

- **a.** les variations de quantité de mouvement subies par la voiture entre les deux instants représentés.
- **b.** les variations de l'énergie cinétique de la voiture entre les deux instants représentés.
- **c.** les travaux résultants effectués sur la voiture entre les deux instants représentés.



46. Voici une question qui, à première vue, pourrait sembler facile à répondre pour un physicien : avec quelle force un rocher de 10 N frappe le sol s'il est lâché d'une hauteur de 10 m ? Or, on ne peut pas répondre à la question à moins de connaître une information supplémentaire. Laquelle ?

47. Un corps peut-il avoir de l'énergie cinétique sans avoir de quantité de mouvement ?

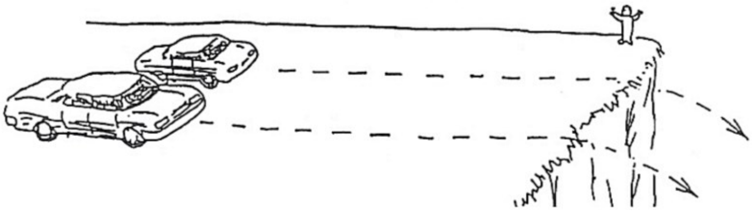
48. Comparer la quantité de mouvement d'une balle de 1 kg qui roule à une vitesse de 2 m/s à celle d'une balle de 2 kg qui roule à une vitesse de 1 m/s. Comparer également leurs énergies cinétiques.

49. Une balle de tennis de masse $m = 56$ g est lancée à une vitesse de 25 m/s vers une raquette de tennis. Cette dernière frappe la balle afin de lui donner une vitesse de 40 m/s dans le sens opposé. Sachant que la durée de contact entre la balle et la raquette est estimée à $0{,}01$ s, déterminer la force moyenne qui agit sur la balle.

50. Lors d'une collision frontale entre une Mini et un tracteur, quel véhicule subit …

- **a.** la plus grande force d'impact ?
- **b.** la plus grande variation de quantité de mouvement ?
- **c.** la plus grande décélération ?

51. Lors d'une cascade pour un film, une petite et une grande voiture se trouvent initialement au repos sur un parking en haut d'une falaise. La masse de la grande voiture vaut le double de celle de la petite voiture. Des forces accélératrices constantes et identiques s'appliquent ensuite aux deux voitures. Elles parcourent une distance identique jusqu'au bord de la falaise (pour finir dans la mer située en contrebas). Répondre aux questions suivantes en justifiant.



a. Quelle voiture subit la plus grande accélération ?

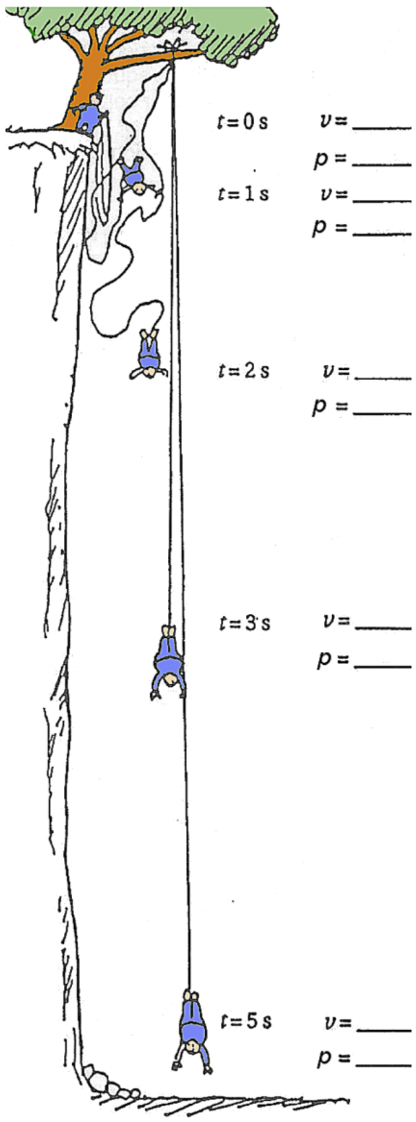
b. Quelle voiture subit la plus grande variation de la quantité de mouvement ?

c. Quelle voiture a donc la plus grande quantité de mouvement au bord de la falaise ?

d. Quelle voiture reçoit le plus grand travail de la part de la force accélératrice ?

e. Quelle voiture a donc la plus grande énergie cinétique au bord de la falaise ?

52. Un sauteur de bungee de 100 kg s'élance du haut d'une falaise et se trouve en chute libre pendant 3s. C'est alors que l'élastique commence à s'allonger et la vitesse du sauteur s'annule ensuite en 2 s.



a. Calculer la distance de chute après les 3 premières secondes.

b. Calculer la variation de la quantité de mouvement durant la phase de chute libre.

c. Calculer la variation de la quantité de mouvement pendant la phase de décélération.

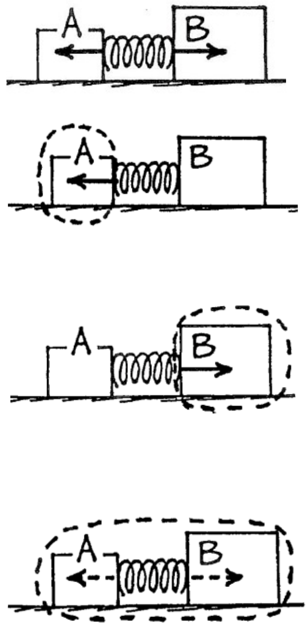
d. Calculer la force supposée constante exercée par l'élastique sur le sauteur durant la phase de décélération.

e. Calculer l'énergie cinétique du sauteur après les 3 s de chute libre.

f. En quelle forme d'énergie cette énergie cinétique du sauteur est-elle transformée durant la phase de freinage.

Explosions et collisions

53. Lorsque le ressort comprimé est lâché, les blocs A et B vont s'éloigner l'un de l'autre. Trois systèmes différents sont encerclés.



a. Est-ce que le système A est isolé ?

(oui) (non)

La quantité de mouvement du système A va-t-elle changer ?

(oui) (non)

b. Est-ce que le système B est isolé ?

(oui) (non)

La quantité de mouvement du système B va-t-elle changer ?

(oui) (non)

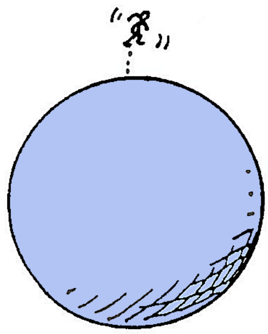
c. Est-ce que le système A + B + ressort est isolé ?

(oui) (non)

La quantité de mouvement du système va-t-elle changer ?

(oui) (non)

54. Une fille saute sur la Terre vers le haut.



a. Sur la figure, indiquer le système « fille » en rouge.
Est-ce que le système fille est isolé ? (oui) (non)
Est-ce que la quantité de mouvement de la fille est conservée ?
(oui) (non)

b. Sur la figure, indiquer le système « fille + Terre » en bleu.
Est-ce que le système fille + Terre est isolé ? (oui) (non)
La quantité de mouvement du système est-elle conservée ?
(oui) (non)

55. Tu lances une balle horizontalement en étant debout sur une planche à roulettes. La masse de la balle vaut un dixième de ta propre masse. Comparée à la vitesse transmise à la balle, ta vitesse de recul sera

A. 10 fois plus petite
B. identique
C. 10 fois plus grande
D. 100 fois plus grande

56. Lorsqu'un chasseur tient fermement le fusil au moment de tirer, la quantité de mouvement de la balle et des gaz propulsés est égale à la quantité de mouvement

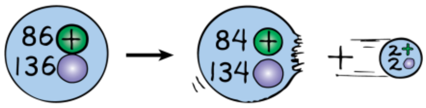
A. du fusil
B. du système fusil + tireur
C. du tireur

57. On tire une cartouche de masse $m_c = 40$ g avec une vitesse $v_c = 250$ m/s à l'aide d'un fusil de masse $m_f = 4$ kg. Calculer la vitesse de recul v_f du fusil.

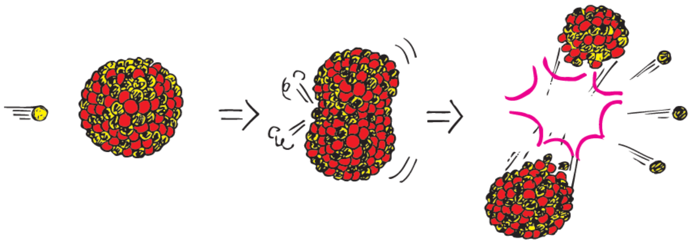
58. Une désintégration radioactive α peut être interprétée comme une explosion d'un noyau atomique instable. Lors d'une telle désintégration radioactive, un noyau de radon au repos de masse 222 u se transforme en noyau de polonium de masse 218 u en émettant une particule α (noyau d'hélium de masse 4 u). Après la désintégration, l'énergie cinétique de la particule α vaut $E_c = 9 \cdot 10^{-13}$ J. Calculer le rapport des énergies cinétiques du noyau de polonium et de la particule alpha juste après la désintégration radioactive.

Indication : 1 u est l'unité de masse atomique unifiée. Sa valeur vaut $1\ \mathrm{u} = 1{,}6605 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$.

$$^{222}_{86}\mathrm{Rn} \rightarrow {}^{218}_{84}\mathrm{Po} + {}^{4}_{2}\alpha$$



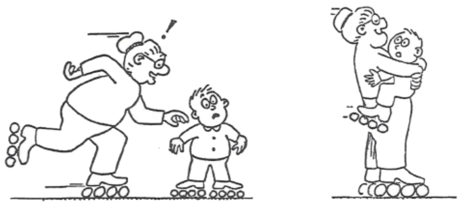
59. Lors d'une fission nucléaire, un noyau d'uranium $^{235}\mathrm{U}$ supposé au repos absorbe un neutron. Le noyau $^{236}\mathrm{U}$ se scinde en deux noyaux-fils différents en émettant deux à trois neutrons rapides. La masse des neutrons est négligeable devant la masse des noyaux.



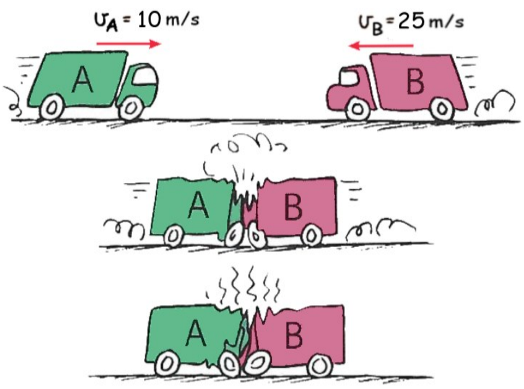
a. Que peut-on dire sur la direction et le sens des quantités de mouvement des noyaux-fils ?

b. Que peut-on dire sur la vitesse des deux noyaux ?

60. Une mémé de masse 80 kg roule en patins à roulettes à une vitesse de 3 m/s. Sans freiner, elle soulève son neveu de 40 kg qui se trouvait immobile sur son chemin, et continue sa trajectoire rectiligne avec son neveu dans les bras. Déterminer la vitesse de la mémé juste après l'événement.



61. Une camionnette A de masse $m_A = 2{,}4$ t roule avec une vitesse $v_A = 10\ \mathrm{m/s}$ et entre en collision frontale avec une camionnette B de masse $m_B = 3{,}2$ t roulant avec une vitesse $v_B = 25\ \mathrm{m/s}$. Après le choc, les deux véhicules restent encastrés mais continuent à se déplacer à une vitesse v'.



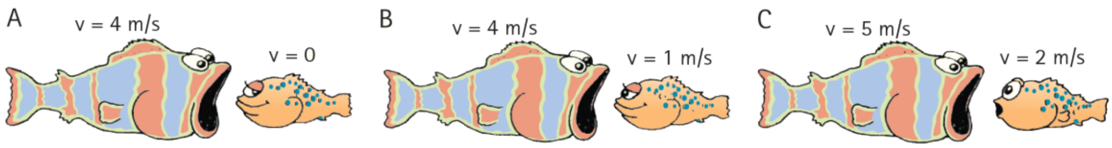
a. De quel type de collision s'agit-il ?

b. Trouver la vitesse v' ainsi que le sens dans lequel se déplacent les véhicules.

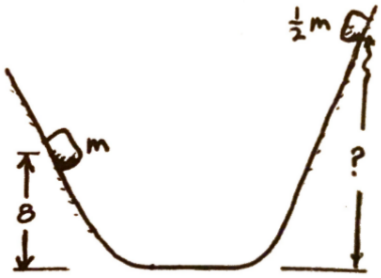
c. L'énergie cinétique du système des deux camionnettes est-elle conservée ? Sinon, déterminer le pourcentage d'énergie cinétique.

d. À quelle vitesse aurait dû rouler la camionnette A pour que les deux camionnettes s'immobilisent après le choc $(v' = 0)$?

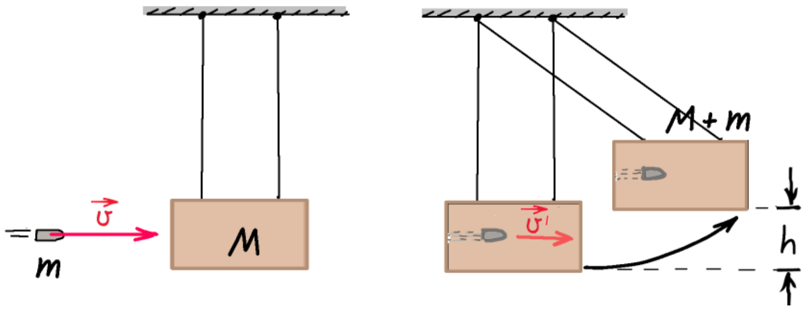
62. Un grand poisson affamé s'apprête à dévorer un pauvre petit poisson. Le grand poisson a une masse 5 fois plus grande que le petit. Ranger par ordre décroissant la vitesse du grand poisson juste après avoir dévoré le petit poisson.



63. Un morceau d'argile de masse m glisse sans frottement sur une pente à partir d'une hauteur de $8\ \mathrm{m}$. Un autre morceau de masse $\frac{1}{2}\ m$ glisse sans frottement sur une pente en face, et les deux morceaux s'immobilisent en bas lors d'une collision totalement inélastique. Déterminer la hauteur de laquelle a glissé le petit morceau.



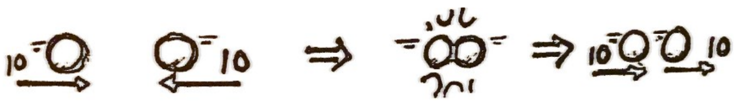
64. Un pendule balistique est utilisé pour déterminer la vitesse d'une balle tirée par un fusil de chasse. Le pendule est constitué d'un bloc de bois de masse $M = 10\ \mathrm{kg}$ suspendu à deux tiges de même longueur et de masse négligeable. La balle, de masse $m = 40\ \mathrm{g}$, est tirée horizontalement en direction du bloc de bois qui se trouve initialement au repos. Après la collision inélastique le bloc, avec la balle à l'intérieur, monte d'une hauteur de $h = 15\ \mathrm{cm}$.



a. Déterminer la vitesse de la balle avant l'impact.

b. Calculer le pourcentage d'énergie dissipée lors du choc.

65. Deux boules de billard identiques roulent à une vitesse de norme 10 m/s et font une collision frontale. Les forces extérieures qui agissent sur le système des deux boules durant la collision sont négligeables. Après la collision, les boules continuent à rouler dans le sens indiqué sur la figure, chacune avec une vitesse de 10 m/s. Cette collision est-elle possible ? Justifier.

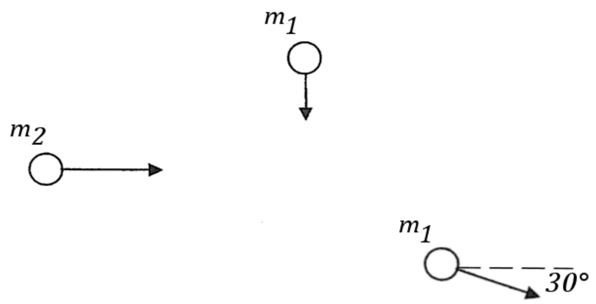


66. Après la collision, les boules continuent à rouler dans le sens indiqué sur la figure, chacune avec une vitesse de norme 15 m/s.

a. Est-ce que cette collision satisfait au principe de la conservation de la quantité de mouvement ? Justifier.

b. Cette collision est-elle possible ? Justifier.

67. Juste avant leur collision, une boule de masse $m_1 = 2$ kg se déplace verticalement vers le bas avec une vitesse $v_1 = 4$ m/s et une boule de masse $m_2 = 3$ kg se déplace horizontalement vers la droite à une vitesse $v_2 = 5$ m/s.
Juste après la collision, m_1 se déplace à une vitesse $v_1' = 3$ m/s selon une direction de 30° par rapport à l'horizontale (voir figure). Déterminer la direction et la norme de la vitesse de m_2 juste après la collision.



68. Dans la réaction chimique $H^+ + Cl^- \longrightarrow HCl$, un ion hydrogène qui de déplace de gauche à droite à la vitesse $v_H = 1{,}57 \cdot 10^5$ m/s réagit avec un ion chlore qui se déplace de haut vers le bas avec une vitesse $v_{Cl} = 3{,}4 \cdot 10^4$ m/s.

a. De quel type de collision s'agit-il ?

b. Faire un schéma annoté des situations avant et après la collision.

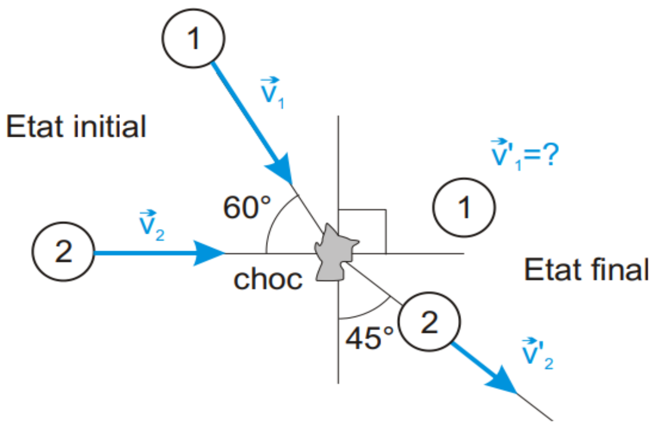
c. Trouver la norme et la direction (par rapport à la direction initiale de l'ion H^+) de la vitesse de la molécule HCl formée.

69. Un proton A se déplace vers la gauche à une vitesse $v_A = 5 \cdot 10^5$ m/s. Il entre en collision avec un deuxième proton B immobile. Après le choc, l'un des protons se déplace avec une vitesse $v_1 = 4 \cdot 10^5$ m/s en faisant un angle $\alpha_1 = 35°$ avec l'horizontale.

a. Déterminer la vitesse v_1 du deuxième proton ainsi que l'angle α_2 qu'il fait avec l'horizontale.

b. Vérifier si la collision est inélastique ou élastique.

70. Deux boules de billard de même masse progressent suivant des directions qui font un angle de 60° aux vitesses respectives $v_1 = 1$ m/s et $v_2 = 0{,}8$ m/s. Après le choc, la boule (2) part avec un angle de 45° par rapport à sa direction initiale, à la vitesse $v_2{}' = 0{,}6$ m/s.



a. Déterminez la vitesse (norme et direction et sens) de la boule (1) après le choc.

b. Comparer l'énergie cinétique du système des deux boules avant et après le choc.

Révision

Les affirmations sont-elles vraies ou fausses ?

	Affirmation	Vrai	Faux
1	Si la force résultante s'exerçant sur un solide est nulle, alors le solide est obligatoirement au repos.		
2	Un solide subissant une force extérieure non nulle peut avoir un mouvement rectiligne.		
3	Un solide subissant une force extérieure non nulle peut avoir un mouvement uniforme.		
4	Un solide subissant une force extérieure non nulle peut avoir un mouvement rectiligne uniforme.		
5	La quantité de mouvement d'un corps est une grandeur vectorielle.		
6	L'unité SI de la quantité de mouvement est $1\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m \cdot s^2}}$.		
7	La force résultante s'exerçant sur un corps ponctuel est égale à la variation de la quantité de mouvement $\vec{p}$ par unité de temps.		
8	La force s'exerçant sur un corps est grande si la quantité de mouvement varie rapidement.		
9	Lors d'une collision élastique, on a conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement.		
10	Lors d'une collision inélastique, on a conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement.		

Crédits Photos

© Richard Megna / FUNDAMENTAL PHOTOGRAPHS, NYC – **p.0** (page titre)

© CERN – **p.18** (chambre à bulles : omega production and decay)

Crédits Illustrations

Des remerciements particuliers sont adressés à Paul G. HEWITT. Les illustrations sont, sauf indication contraire, l'œuvre de Paul G. Hewitt et des auteurs du cours. Les illustrations de Paul G. HEWITT ont été retravaillées par Laurent HILD, avec l'autorisation écrite et personnelle de l'auteur. Les illustrations originales sont des livres :

© HEWITT, Paul G., *Conceptual physics*, 2015, Pearson

© HEWITT, Paul G., SUCHOCKI John, *Conceptual physical science – Practice Book*, 2012, Pearson

© EPSTEIN Lewis C., HEWITT, Paul G., *Thinking Physics* – 1981, Insight Press