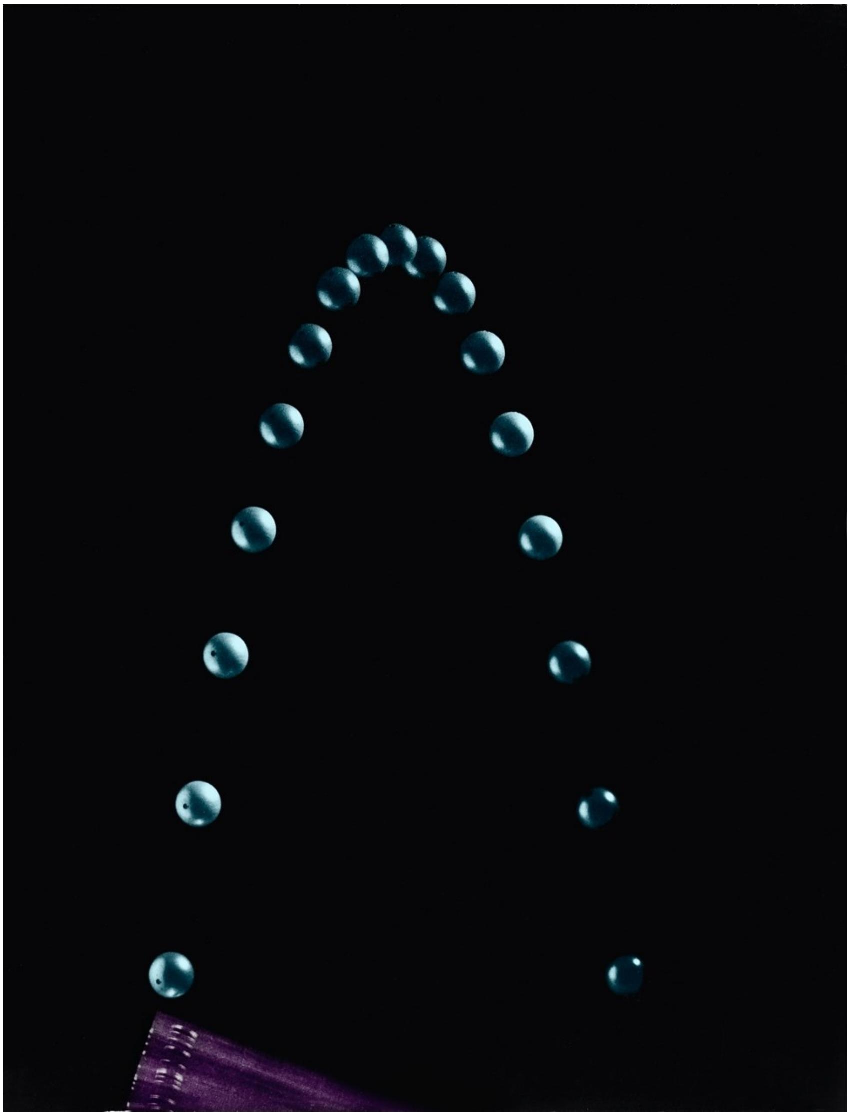
1.

Cinématique dans le plan



Sommaire

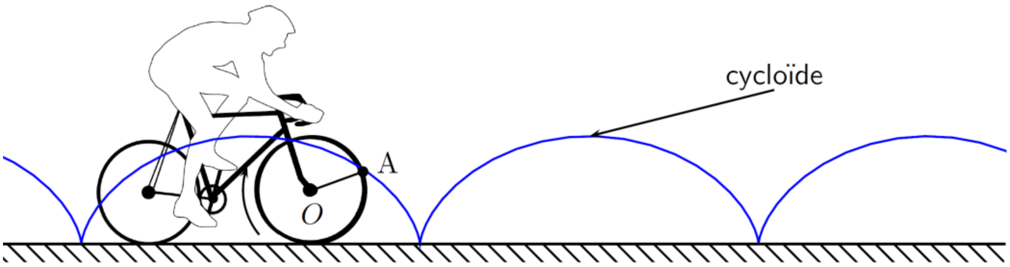
1 Référentiel, repère et trajectoire

Tout mouvement ou repos est relatif. Le mouvement ou le repos d'un corps est constaté par rapport à un cadre de référence, appelé **référentiel**. La description du mouvement dépend du référentiel choisi.

Exemples

- Comment décrire le mouvement d'un conducteur d'une voiture dont le tachymètre indique 50 km/h ? Pour une personne assise sur un banc au bord de la route et observant la voiture et son conducteur, le conducteur est en mouvement à une vitesse de 50 km/h. Cependant, pour les passagers dans l'habitacle, le conducteur paraît au repos. Selon qu'on choisit le référentiel « banc » ou le référentiel « voiture », le conducteur est en mouvement ou au repos.

- Considérons un point A au bord de la roue d'une bicyclette d'un coureur en plein sprint. Par rapport au référentiel « axe de rotation O » le point A décrit une courbe circulaire. Par rapport au référentiel « roue », le point A est immobile. Par rapport au référentiel « sol », le point A décrit une courbe que l'on appelle cycloïde.

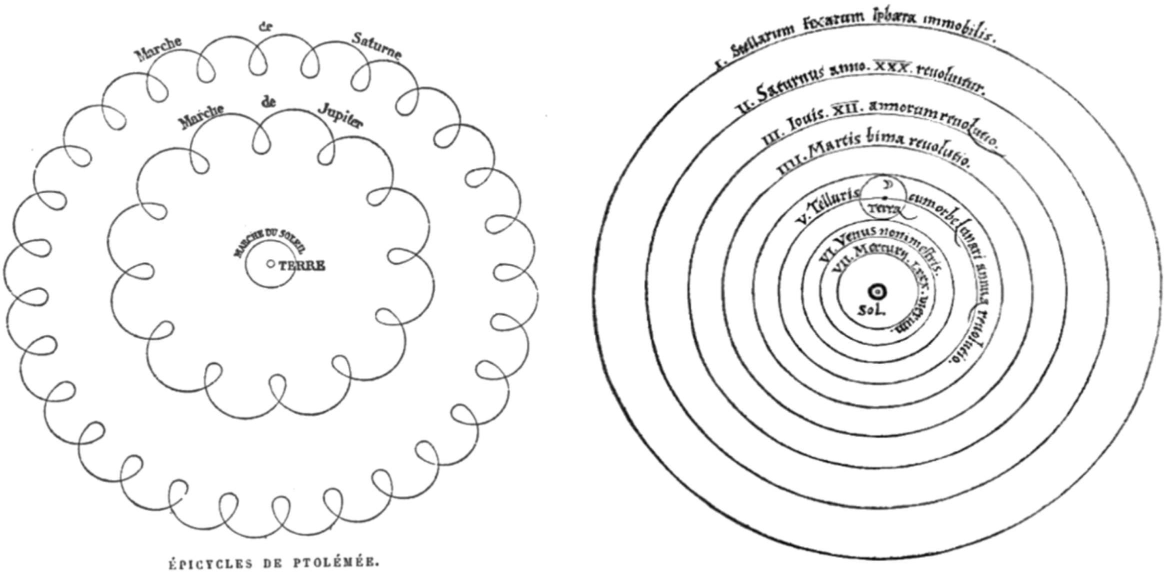


Analyse du mouvement d'un point d'une roue de bicyclette

Plus généralement, on distingue :

- Le **référentiel terrestre** ou **référentiel du laboratoire** qui est fixe par rapport à la surface de la Terre et donc lié à la rotation de celle-ci (p.ex. référentiel « sol », référentiel « salle de classe »).
- Le **référentiel géocentrique** dont l'origine est le centre d'inertie de la Terre et qui est fixe par rapport aux étoiles lointaines ; il est p.ex. utilisé pour l'étude des mouvements des satellites terrestres.
- Le **référentiel héliocentrique** (ou référentiel de Kepler) dont l'origine est le centre d'inertie du Soleil et dont l'orientation est fixe par rapport aux étoiles lointaines ; il est p.ex. utilisé pour l'étude des mouvements des planètes.

Lorsque tu es assis sur un banc, ta vitesse est nulle par rapport à la surface de la Terre (référentiel terrestre), mais environ 30 km/s par rapport au Soleil (référentiel héliocentrique).



Mouvement des corps célestes dans le référentiel géocentrique et dans le référentiel héliocentrique

Pour indiquer la position d'un corps dans l'espace, on a besoin d'un **système de coordonnées** ou **repère** ; il est lié à un référentiel.

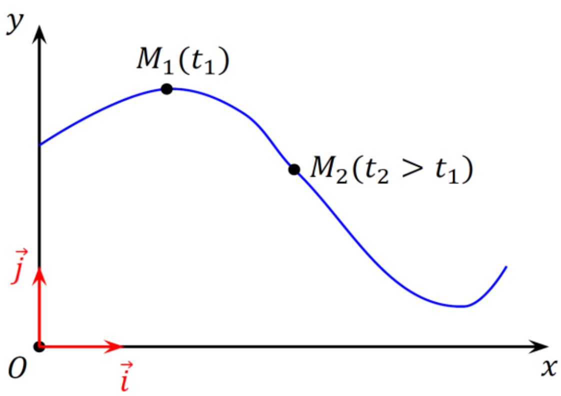
Exemples

- Le repère cartésien $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ est un repère orthonormé avec une origine O et trois vecteurs de bases unitaires $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$ et $\vec{k}$.
- Un repère géographique avec les coordonnées GPS latitude, longitude et altitude.

La **trajectoire** d'un point mobile[1] est l'ensemble des points de l'espace par lesquels il passe lors de son mouvement. La forme de la trajectoire dépend du référentiel choisi.

Exemple

Un point mobile M se déplace le long d'une trajectoire curviligne dont les points sont repérés à l'aide d'un repère cartésien $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.



Trajectoire d'un mobile (en bleue)

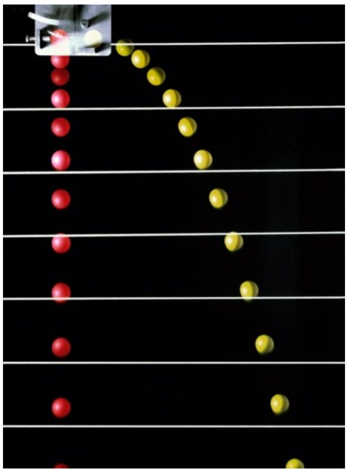
[1] Dans la suite, nous allons assimiler les mobiles à leurs centres d'inertie pour faciliter l'étude de leurs mouvements.

As-tu-compris ?

1. Peux-tu être à la fois en mouvement et au repos ?
2. Tu es assis sur ta chaise dans ta chambre. Par rapport à quel référentiel es-tu au repos ? Par rapport à quels référentiels es-tu en mouvement ? Par rapport à quel référentiel es-tu en accélération ?
3. Dans l'exemple de la bicyclette, préciser la trajectoire du point A dans le référentiel…
   a. axe de rotation
   b. roue
   c. sol

2 Tir horizontal

Un caillou, un obus, une balle de baseball - toute chose qui est projetée et qui reste en mouvement dû à son inertie, est appelée **projectile**. Pour les canonniers des siècles derniers, les trajectoires courbées des projectiles semblaient être très complexes. Aujourd'hui, on sait que ces trajectoires sont étonnamment simples si le frottement est négligeable. Étudions le cas d'un **tir horizontal** :



La photographie stroboscopique ci-contre montre deux billes en chute libre partant simultanément de la même hauteur : la bille rouge est lâchée sans vitesse initiale ; la bille jaune est tirée avec une vitesse initiale v_0 horizontale.

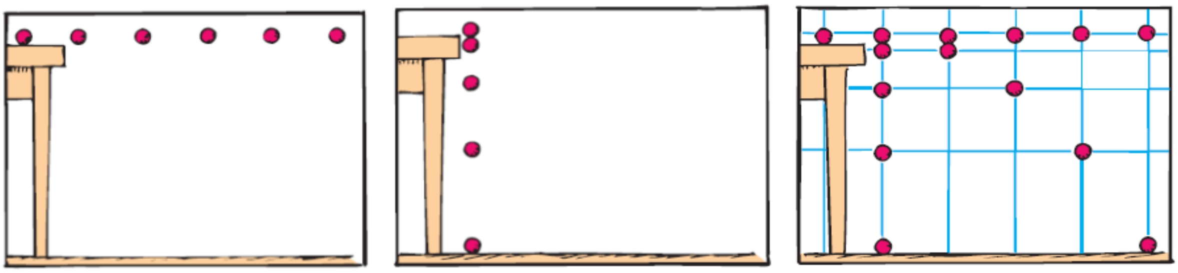
© Richard Megna FUNDAMENTAL PHOTOGRAPHS, NYC
Photographie réalisée à l'aide d'un stroboscope réglé sur une fréquence de 30 Hz

- On sait que la chute libre de la bille rouge, lâchée sans vitesse initiale, est un mouvement rectiligne vertical uniformément varié (MRUV) d'accélération $a = g$ (voir cours de physique de 3^{e}). On constate que les distances verticales parcourues par les deux balles sont identiques à chaque instant. Selon la verticale, les deux billes effectuent donc exactement le même MRUV.
- Le mouvement horizontal de la bille jaune correspond à un MRU de vitesse v_0.
- La trajectoire courbée de la bille jaune résulte donc de la superposition d'un mouvement horizontal uniforme et d'un mouvement vertical uniformément accéléré.

Cette expérience montre que lors du tir d'un projectile, le mouvement selon la verticale n'est pas influencé par le mouvement selon l'horizontale. C'est le principe de l'indépendance des mouvements simultanés découvert par Galilée.

Le mouvement d'un projectile peut être considéré comme la superposition de deux mouvements indépendants :

- un mouvement *rectiligne vertical uniformément varié* d'accélération $a = g$
- un *mouvement rectiligne horizontal uniforme* de vitesse v_0.

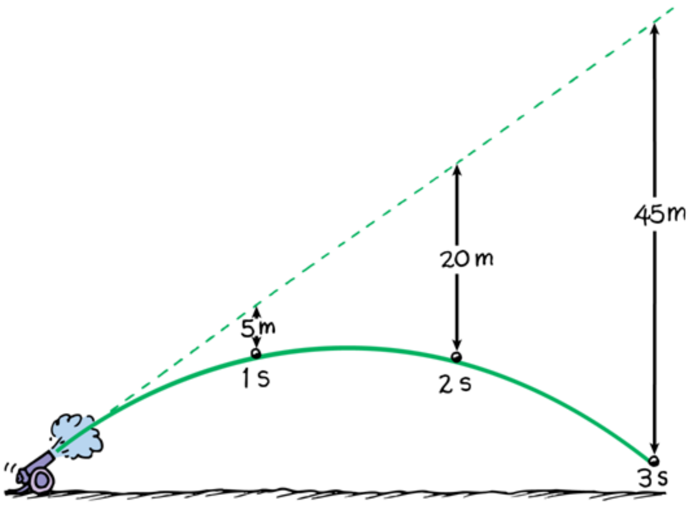


La première figure donne les positions successives (à des intervalles de temps réguliers) d'une balle qui roule du bord d'une table dans le cas d'absence de pesanteur. La deuxième figure donne les positions de la balle qui tombe sans vitesse initiale. La troisième figure donne la superposition de ces deux mouvements.

Remarque

La figure ci-dessous montre un tir oblique d'un boulet de canon. Sans pesanteur, le boulet de canon suivrait la ligne droite pointillée. La distance verticale qu'il tombe en réalité en dessous de cette ligne correspond à la distance verticale qu'il tomberait sans vitesse initiale pendant la même durée de temps. Cette distance, est donnée par $d = \frac{1}{2}gt^2$, où t est la durée de chute libre (voir cours de 3e).

Sans frottement, le boulet de canon parcourt la même distance horizontale pendant des intervalles de temps égaux. En effet, aucune accélération n'a lieu dans la direction horizontale. La seule accélération est l'accélération de chute libre, qui est orientée verticalement vers le bas.



La ligne pointillée représente la trajectoire du boulet sans l'effet de la pesanteur. La distance verticale que le boulet tombe en dessous de cette ligne est la même que pour une chute libre sans vitesse initiale.

As-tu-compris ?

4. Un savon glisse sans frottement sur une table horizontale et tombe de son bord. Si l'on reproduisait cette même expérience sur la Lune avec une vitesse initiale identique, la distance horizontale atteinte par le savon serait

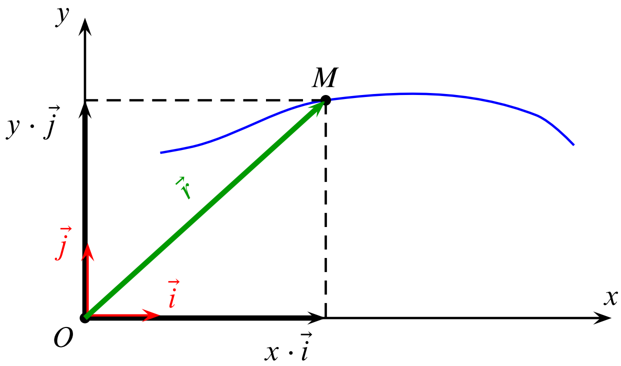
A. identique B. plus grande C. plus petite

5. Tu lâches un paquet d'un hélicoptère qui vole horizontalement et à vitesse constante. La résistance de l'air est négligée. Où le paquet va-t-il toucher le sol dans le référentiel de l'hélicoptère ?

3 Position d'un mobile

La position M d'un mobile par rapport à l'origine O d'un repère est déterminée à chaque instant par le **vecteur position** $\boldsymbol{\vec{r}} = \boldsymbol{\overrightarrow{OM}}$. Dans le repère cartésien $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on a :

$$\vec{r} = x \cdot \vec{\imath} + y \cdot \vec{\jmath} \text{ respectivement } \vec{r}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ ou } \vec{r}\left|\begin{matrix} x \\ y \end{matrix}\right.$$



Vecteur position

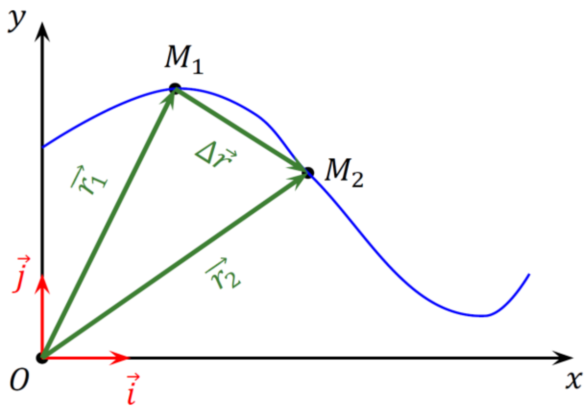
Les coordonnées x et y sont aussi appelés **coordonnées cartésiennes** du point M. Si le mobile se déplace, alors les coordonnées x et y varient au cours du temps et on a $x = x(t)$ et $y = y(t)$. Les relations exprimant x et y en fonction du temps sont appelées les **équations horaires** ou **équations paramétriques** de la position du mobile.

La norme (ou intensité, valeur) du vecteur position est donnée par la relation de Pythagore :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

La variation du vecteur position entre deux positions M_1 et M_2 du mobile est appelé **vecteur déplacement** et s'écrit :

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$



Vecteur déplacement

■ **As-tu-compris ?**

6. Déduire la hauteur de chute de la figure page 3 sachant que le stroboscope est réglé sur 30 Hz.

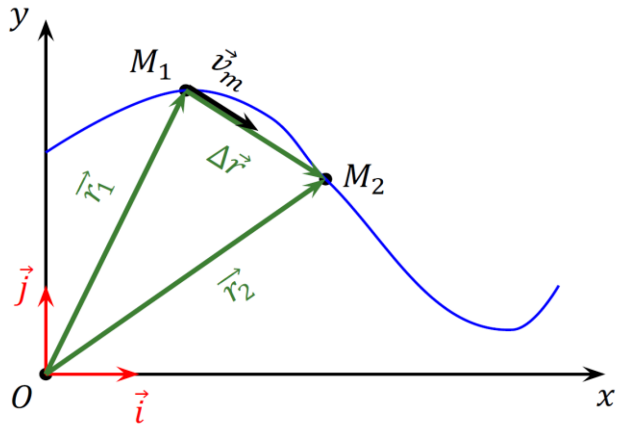
7. Bob se déplace vers le nord sur 2 km, puis vers l'est sur 3 km et enfin vers le sud sur 1 km. Faire un schéma puis calculer la distance parcourue ainsi que le déplacement de Bob.

4 Vitesse d'un mobile

La vitesse d'un mobile renseigne sur la rapidité de son déplacement. Comme déjà vu pour le mouvement rectiligne en classe de 3[e], on distingue entre la vitesse moyenne et la vitesse instantanée.

4.1 Vecteur vitesse moyenne

Soit un mobile qui passe à l'instant t_1 par le point M_1, caractérisé par le vecteur position $\vec{r}_1$ et à l'instant $t_2 > t_1$ par le point M_2, caractérisé par le vecteur position $\vec{r}_2$:



Vecteur vitesse moyenne

Le **vecteur vitesse moyenne** $\vec{v}_m$ d'un mobile est égal au quotient du vecteur déplacement $\Delta\vec{r}$ par la durée nécessaire Δt :

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$

4.2 Vecteur vitesse instantanée

Le **vecteur vitesse instantanée** s'obtient en réduisant l'intervalle de temps Δt autant, qu'on puisse admettre que la vitesse reste constante au cours de cet intervalle de temps infiniment petit. Ceci entraîne que le vecteur déplacement $\Delta\vec{r}$ devient également infinitésimal.

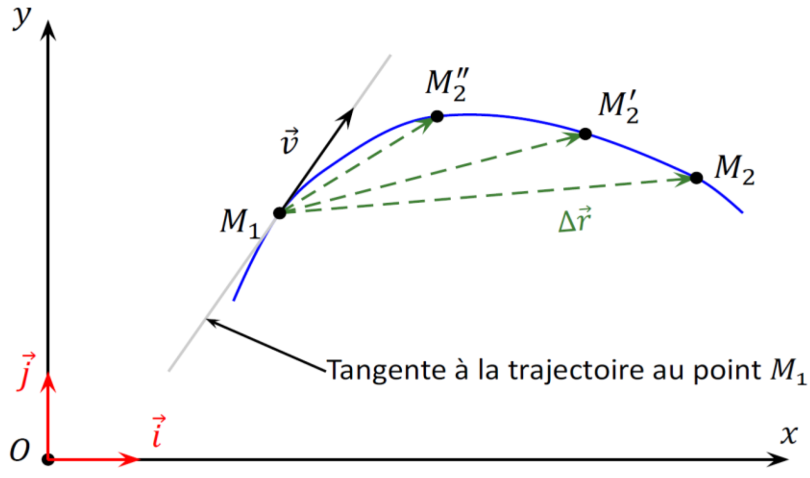
Le vecteur **vitesse instantanée** $\vec{v}(t)$ est égale au vecteur vitesse moyenne au cours d'un intervalle de temps très petit. Mathématiquement :

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$$

Caractéristiques de $\vec{v}(t)$

Lorsque Δt devient infinitésimal, t_2 tend vers t_1, et M_2 tend vers M_1. Le vecteur déplacement $\Delta\vec{r}$ pivote autour de M_1 et tend vers la tangente à la trajectoire au point M_1 (voir figure suivante). Puisque le vecteur vitesse $\vec{v}$ est colinéaire et de même sens que le vecteur déplacement $\Delta\vec{r}$, il a les caractéristiques suivantes :

1. *Point d'application* : le mobile M
2. *Direction* : tangente à la trajectoire
3. *Sens* : celui du mouvement
4. *Intensité (norme, valeur)* : exprimée en m/s et notée $\|\vec{v}\| = v$



Le vecteur vitesse instantanée est tangent à la trajectoire.

Coordonnées cartésiennes de $\vec{v}(t)$

Dans le repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j})$, le vecteur vitesse $\vec{v}$ s'écrit :

$$\vec{v} = v_x \cdot \vec{i} + v_y \cdot \vec{j} \quad \text{respectivement} \quad \vec{v}\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} \text{ ou } \vec{v}\left| \begin{matrix} v_x \\ v_y \end{matrix} \right.$$

v_x et v_y sont appelées **coordonnées horizontale et verticale** du vecteur vitesse.

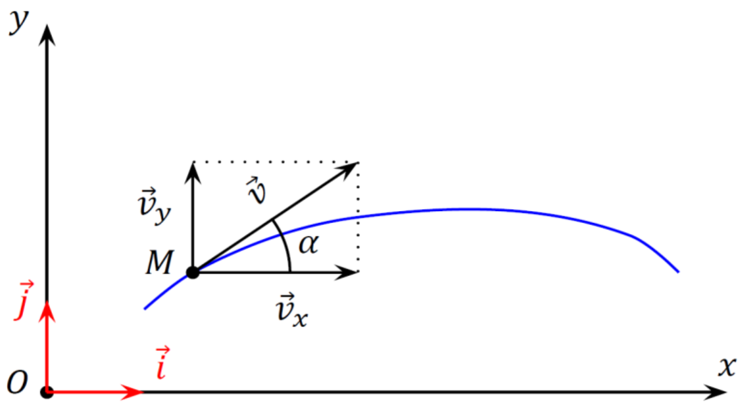
Les vecteurs $\vec{v}_x = v_x \cdot \vec{i}$ et $\vec{v}_y = v_y \cdot \vec{j}$ sont les **composantes horizontale et verticale** du vecteur vitesse.

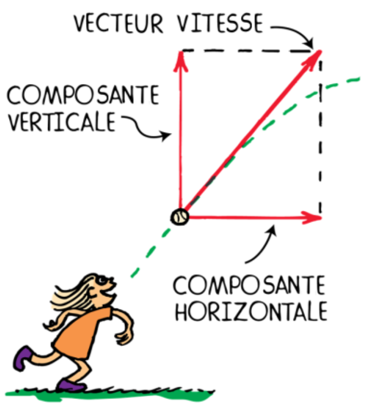
La norme (ou intensité, valeur) v est donnée par la relation de Pythagore :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

En notant α l'angle que le vecteur vitesse $\vec{v}$ fait avec l'axe des abscisses on a :

$$\vec{v}\left| \begin{matrix} v_x = v\cos\alpha \\ v_y = v\sin\alpha \end{matrix} \right. \qquad \text{et} \qquad \tan\alpha = \frac{v_y}{v_x}$$





Exercice résolu

Énoncé : Le vecteur vitesse $\vec{v}$ s'écrit en un point M de la façon suivante :

$$\vec{v} = 25 \cdot \vec{\imath} - 40 \cdot \vec{\jmath} \quad \text{(en unités SI)}$$

Indiquer les coordonnées de $\vec{v}$ et calculer la norme de $\vec{v}$, ainsi que l'angle α que fait $\vec{v}$ avec l'axe des abscisses.

Solution : Coordonnées de $\vec{v}$:

$$\vec{v} \left| \begin{array}{l} v_x = 25\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\ v_y = -40\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{array} \right.$$

Norme :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\left(25\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 + \left(-40\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2} = 47\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Angle α : $\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x}$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \arctan\left(\frac{-40\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{25\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}\right) = -58°$$

5 Accélération d'un mobile

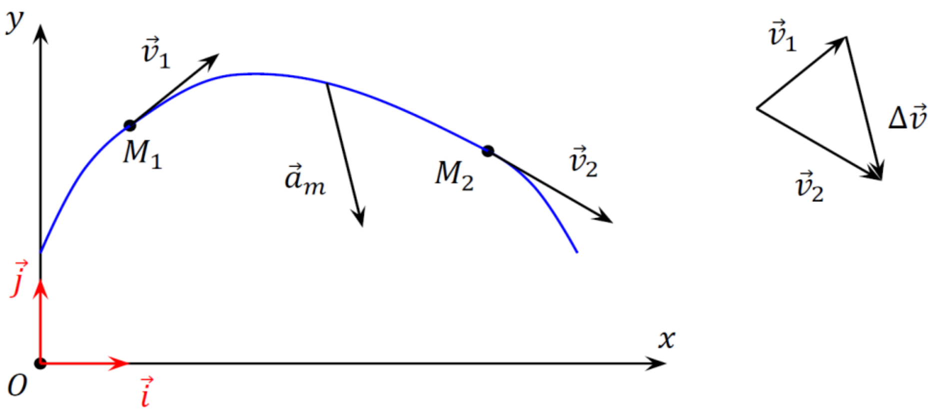
L'accélération renseigne sur la variation du vecteur vitesse $\vec{v}$ par unité de temps. Le vecteur vitesse $\vec{v}$ ne peut pas seulement varier en norme, mais aussi en direction.[2]

5.1 Vecteur accélération moyenne

Soit un mobile qui passe à l'instant t_1 par le point M_1, où il possède la vitesse $\vec{v}_1$, et à l'instant $t_2 > t_1$ par le point M_2, où il possède la vitesse $\vec{v}_2$.

Le **vecteur accélération moyenne** $\vec{a}_m$ d'un mobile est égal au quotient de la variation de sa vitesse $\Delta\vec{v}$ par la durée de temps Δt nécessaire à cette variation :

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$



[2] Le seul mouvement pour lequel $\vec{v}$ reste constant est un mouvement non accéléré, donc un MRU (le repos étant le cas particulier où $\vec{v} = \vec{0}$).

5.2 Vecteur accélération instantanée

Le **vecteur accélération instantanée $\vec{a}$** du mobile s'obtient en considérant un intervalle de temps $\mathrm{d}t$ infiniment petit de sorte que l'accélération puisse être considérée comme constante pendant cet intervalle de temps. La variation de la vitesse $\Delta\vec{v}$ devient aussi infinitésimale et elle est notée $\mathrm{d}\vec{v}$.

L'**accélération instantanée $\vec{a}$** est égale à l'accélération moyenne au cours d'un intervalle de temps très petit. Mathématiquement :

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$$

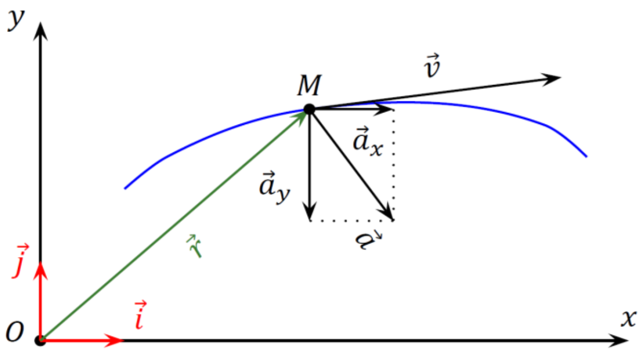
Caractéristiques de $\vec{a}$

1. *Point d'application* : le mobile M
2. *Direction* : celle de la variation infinitésimale $\mathrm{d}\vec{v}$ du vecteur vitesse
3. *Sens* : vers l'intérieur de la concavité de la trajectoire (voir figure ci-dessous)
4. *Intensité (norme, valeur)* : exprimée en $\mathrm{m/s^2}$ et notée $\|\vec{a}\| = a$

Coordonnées cartésiennes de $\vec{a}$

Les coordonnées du vecteur accélération instantanée $\vec{a}$ peuvent être exprimées dans le repère cartésien $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$:

$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{\imath} + a_y \cdot \vec{\jmath} \text{ respectivement } \vec{a}\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \text{ ou } \vec{a}\left| \begin{matrix} a_x \\ a_y \end{matrix} \right.$$



Les vecteurs $\vec{a}_x = a_x \cdot \vec{\imath}$ et $\vec{a}_y = a_y \cdot \vec{\jmath}$ sont les **composantes horizontale et verticale** du vecteur accélération.

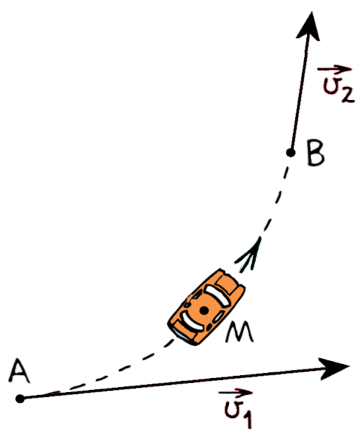
L'intensité a est donnée par la relation de Pythagore : $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

As-tu-compris ?

8. Sur la figure est représenté le vecteur vitesse à deux instants différents (en A et B).

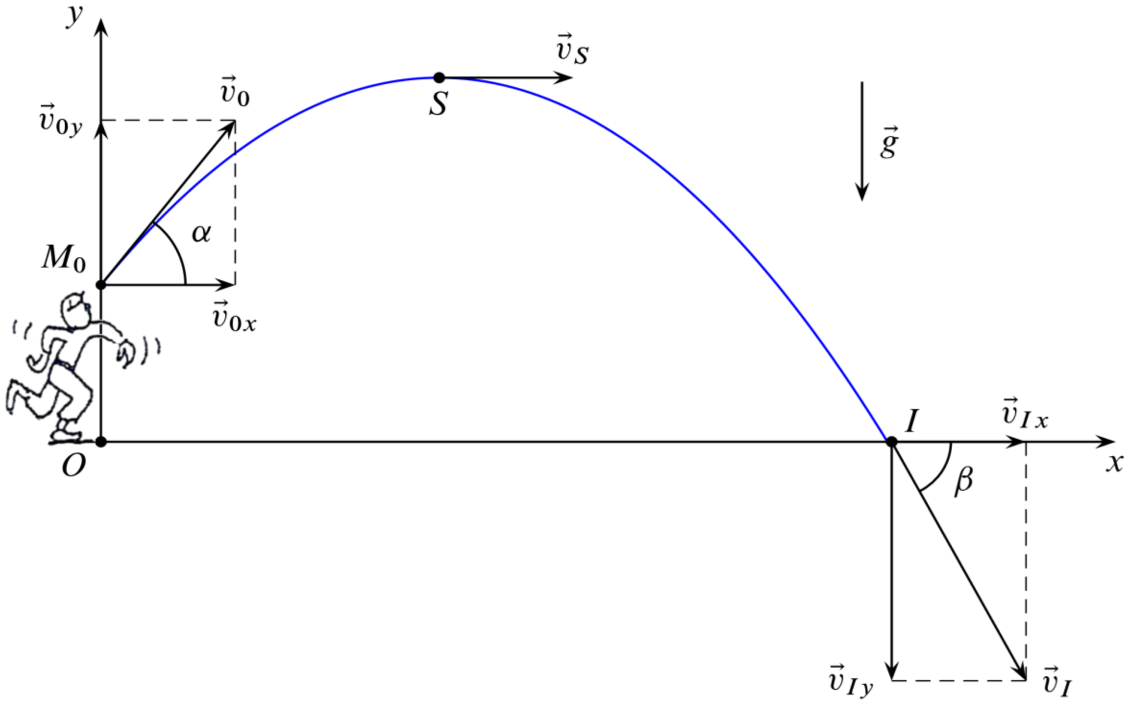
a) Déterminer graphiquement le vecteur $\Delta\vec{v}$.

b) Représenter le vecteur accélération moyenne $\vec{a}_m$ en M, à mi-chemin entre A et B.



6 Application au tir oblique

Un projectile de masse m est lancé avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant un angle de tir α avec l'horizontale :



On étudie le mouvement du projectile dans le référentiel terrestre. On se sert d'un repère cartésien qui est orienté tel que l'axe (Oy) est parallèle au vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$ et tel que $\vec{v}_0$ appartient au plan vertical xOy. On convient de plus que l'axe (Oy) passe par le point de lancement $M_0(0\,;\,y_0)$

6.1 Équations horaires du mouvement

On a vu que l'on peut étudier séparément les mouvements horizontal et vertical du corps étudié. Nous savons que le mouvement suivant (Ox) est un MRU de vitesse constante $v_x = v_{0x}$. Le mouvement suivant (Oy) est un MRUV d'accélération $a_y = -g$. Ceci entraîne que la composante verticale du vecteur vitesse $\vec{v}$ varie au cours du temps. La vitesse instantanée est minimale au sommet où $v_y = 0$.

Les **conditions initiales** du mouvement sont :

$$\vec{r}(t=0) = \vec{r}_0 \left| \begin{array}{l} x_0 = 0 \\ y_0 \end{array} \right. \qquad \text{et} \qquad \vec{v}(t=0) = \vec{v}_0 \left| \begin{array}{l} v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_{0y} = v_0 \cdot \sin\alpha \end{array} \right.$$

En utilisant les équations horaires vues en classe de 3^e pour le MRU et le MRUV, on obtient les **équations horaires du mouvement** du projectile :

Accélération $\vec{a}$:

$$\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{array} \right.$$

Vitesse $\vec{v}$:

$$\vec{v}\left|\begin{array}{l} v_x = v_{0x} = \text{const} \\ v_y = a_y \cdot t + v_{0y} \end{array}\right.$$

En tenant compte des conditions initiales, on obtient :

$$\vec{v}\left|\begin{array}{ll} v_x = v_0 \cdot \cos\alpha & (1) \\ v_y = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin\alpha & (2) \end{array}\right.$$

Position $\vec{r}$:

$$\vec{r}\left|\begin{array}{l} x = v_x \cdot t + x_0 \\ y = \dfrac{1}{2} \cdot a_y \cdot t^2 + v_{0y} \cdot t + y_0 \end{array}\right.$$

En tenant compte des conditions initiales, on obtient :

$$\vec{r}\left|\begin{array}{ll} x = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t & (3) \\ y = -\dfrac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t + y_0 & (4) \end{array}\right.$$

6.2 Équation cartésienne de la trajectoire

L'équation de la trajectoire, également appelée équation cartésienne de la trajectoire, s'obtient en éliminant le paramètre temps dans les équations horaires du mouvement.

En isolant le temps dans (3), on obtient :

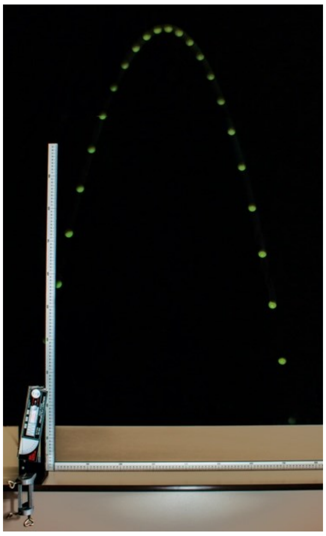
$$t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos\alpha} \qquad (5)$$

En remplaçant (5) dans (4), il vient :

$$y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos\alpha}\right) + y_0$$

Finalement :

$$y = -\frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} \cdot x^2 + \tan\alpha \cdot x + y_0 \qquad (6)$$



La trajectoire du tir oblique est une parabole concave

Remarques

- Dans le cas $\alpha = \pm 90°$, le tir est vertical. On retrouve les équations horaires de la chute libre sans vitesse horizontale traitée en classe de 3e.
- Dans le cas $\alpha = 0°$, le tir est horizontal. On trouve pour la distance de chute verticale $d = |y - y_0| = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$, ce qui est en accord avec la remarque de la page 4.
- Tout comme pour la chute libre verticale, le mouvement du tir oblique est indépendant de la masse m du projectile. En effet, en négligeant le frottement, la seule force extérieure qui agit sur le projectile est le poids $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$. Le projectile se trouve donc en chute libre. D'après la loi fondamentale de la dynamique (Newton II) :

$$\vec{P} = m \cdot \vec{a}$$
$$\cancel{m} \cdot \vec{g} = \cancel{m} \cdot \vec{a}$$
$$\vec{a} = \vec{g}$$

6.3 Le sommet de la trajectoire

On peut déterminer l'altitude y_S du sommet S de la trajectoire en partant du fait qu'au sommet la coordonnée $v_{Sy} = 0$. En remplaçant dans (2), on obtient :

$$0 = -g \cdot t_S + v_0 \cdot \sin\alpha \quad \Rightarrow \quad t_S = \frac{v_0 \cdot \sin\alpha}{g}$$

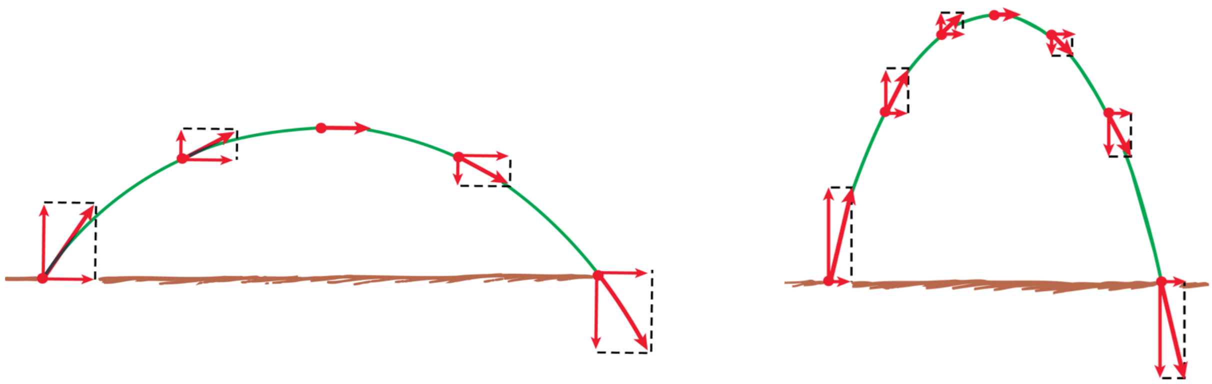
En insérant t_S dans (4), on obtient :

$$y_S = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{v_0 \cdot \sin\alpha}{g}\right)^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot \left(\frac{v_0 \cdot \sin\alpha}{g}\right) + y_0$$

$$y_S = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{2 \cdot g} + y_0$$

Dans le cas où l'altitude initiale est nulle, l'altitude y_S du sommet, s'écrit :

$$y_S = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{2 \cdot g} \quad (y_0 = 0)$$



Lorsque le projectile est lancé avec une même vitesse initiale, mais avec un angle de tir plus grand, sa vitesse initiale a une composante verticale plus grande. L'altitude du sommet de la trajectoire est donc plus haute.

6.4 Portée du tir dans le cas d'une trajectoire symétrique

La portée du tir correspond à la distance horizontale parcourue par le projectile. En supposant que l'abscisse initiale $x_0 = 0$, la portée du tir correspond à l'abscisse x_I du point d'impact I. Déterminons son expression dans le cas où la trajectoire est symétrique par rapport à la verticale qui passe par le sommet S de la trajectoire. L'ordonnée y_I du point d'impact est alors égale à l'ordonnée initiale y_0. En remplaçant $y = y_I = y_0$ dans l'équation (6), il vient :

$$0 = -\frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot x_I^2 + \tan \alpha \cdot x_I$$

$$0 = x_I \cdot \left(-\frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot x_I + \tan \alpha \right)$$

$$x_I = 0 \text{ (à rejeter, car point de lancement)} \quad \text{ou} \quad x_I = \frac{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{g}$$

En utilisant la relation trigonométrique $2 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha = \sin(2\alpha)$, on obtient :

$$x_I = \frac{v_0^2 \cdot \sin(2\alpha)}{g} \qquad (7)$$

Remarques

- Puisque la trajectoire est symétrique, on a que $x_I = 2x_S$.
- La position d'impact x_I est, dans l'équation (7) maximale si :

$$\sin(2\alpha) = 1$$
$$2\alpha = 90°$$
$$\alpha = 45°$$

  Ainsi, pour une vitesse initiale v_0 donnée, la portée est maximale pour un angle de tir $\alpha = 45°$.
- La relation (7) nous permet de calculer l'angle de tir α pour une vitesse initiale v_0 donnée :

$$\sin(2\alpha) = \frac{g \cdot x_I}{v_0^2} \qquad (8)$$

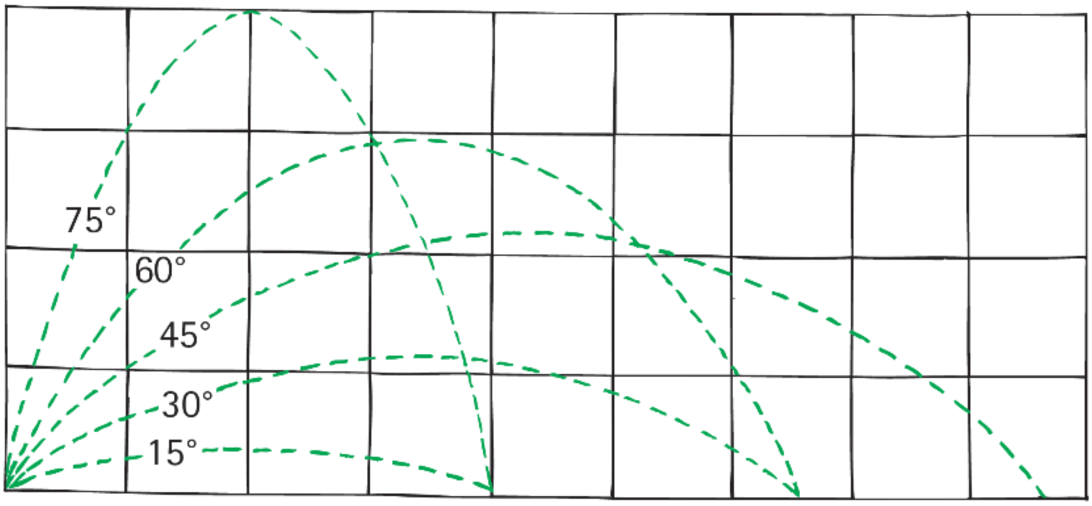
  Cette équation admet deux solutions, à savoir :

$$2\alpha_1 \text{ et } 2\alpha_2 = 180° - 2\alpha_1$$

  Le deuxième angle de tir possible vaut :

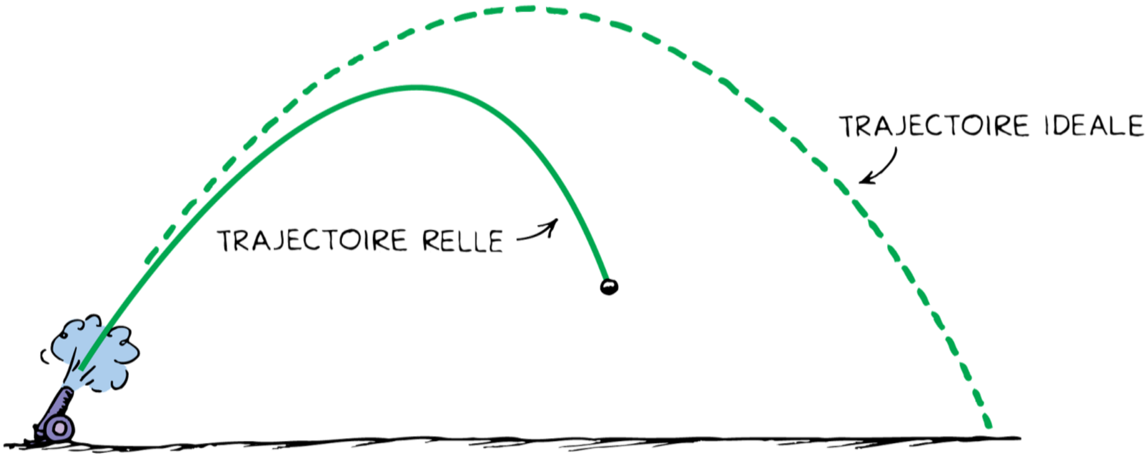
$$\alpha_2 = 90° - \alpha_1$$

  Ainsi, pour une vitesse initiale v_0 donnée, une même position d'impact x_I est atteinte pour deux angles de tir différents, à savoir α_1 et $\alpha_2 = 90° - \alpha_1$. Ces 2 angles sont dits **complémentaires**.



Portées pour différents angles de tir (pour une vitesse de tir donnée)

- Si le frottement n'est pas négligeable, la trajectoire du mouvement n'est plus parabolique. Le sommet de la trajectoire et la portée du tir sont inférieurs à ceux déterminés dans le cas idéal.



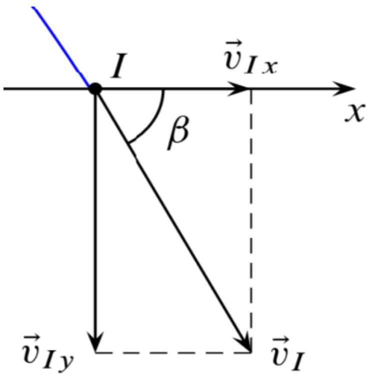
6.5 Angle d'impact

L'angle d'impact β est déterminé à partir des composantes du vecteur vitesse en I :

$$\beta = \arctan\left(\frac{v_{Iy}}{v_{Ix}}\right) = \arctan\left(\frac{-g \cdot t_I + v_0 \cdot \sin\alpha}{v_0 \cdot \cos\alpha}\right)$$

où le temps de vol jusqu'au point d'impact I est donné par (5) :

$$t_I = \frac{x_I}{v_0 \cdot \cos\alpha}$$



As-tu-compris ?

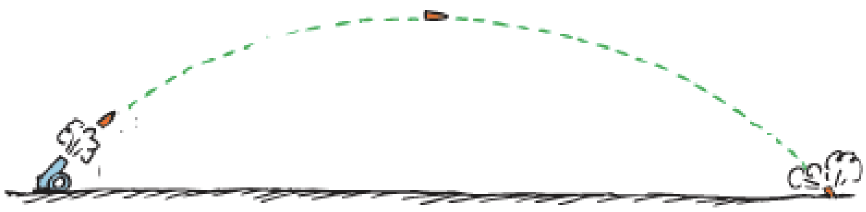
9. Un canon tire un boulet à partir du sol tel que représenté dans la figure ci-dessous :

a. Indiquer les coordonnées du vecteur accélération du boulet durant le vol.

b. Indiquer la position où la vitesse du boulet est minimale respectivement maximale.

c. Comparer le temps du mouvement ascendant au temps du mouvement descendant. Justifier.

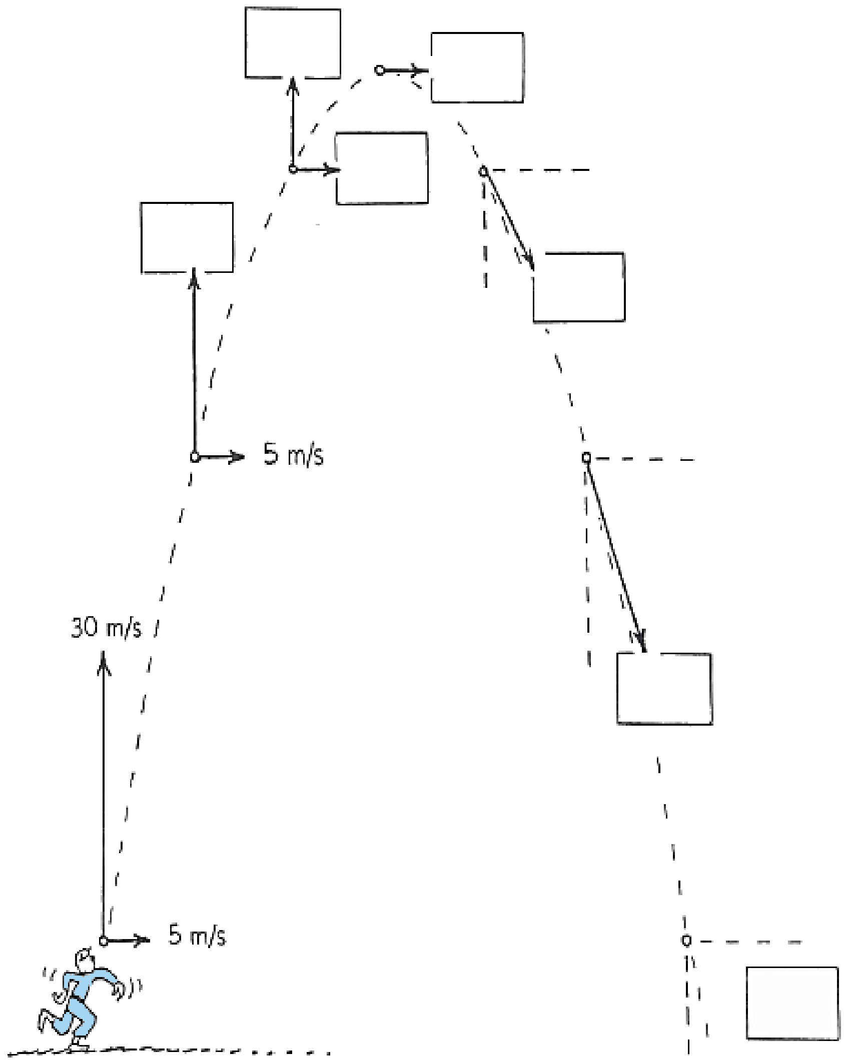
d. Déterminer la vitesse d'impact sans effectuer de calcul. Justifier.



10. La position d'une balle lancée est illustrée à des intervalles de temps réguliers de 1 s. La résistance de l'air est négligée et $g = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

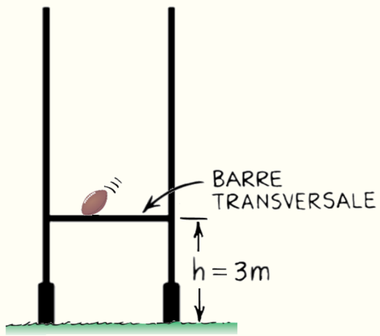
a. Remplir les cases avec les valeurs des composantes de la vitesse lors de la montée e t la valeur de la vitesse lors de la descente.

b. Représenter le vecteur vitesse et ses composantes horizontales et verticales aux différentes positions.



Exercice résolu

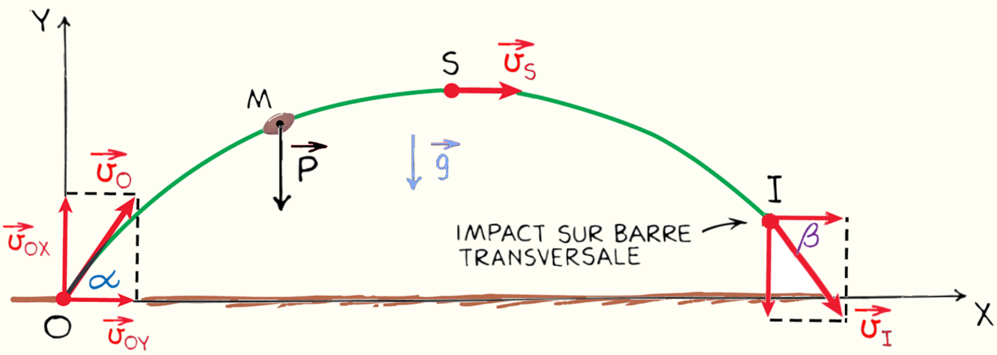
Énoncé : Afin de tenter une pénalité, un joueur de rugby place le ballon de masse 450 g sur le sol à 35 m des poteaux. Pour réussir son tir, le ballon doit passer au-dessus de la barre transversale se trouvant à une hauteur de 3 m au-dessus du sol. Le joueur frappe le ballon avec un angle de tir de 35°, mais rate la pénalité, car le ballon frappe la barre transversale.



1. Donner les conditions nécessaires afin d'étudier le mouvement du ballon.
2. Tracer la trajectoire du ballon à partir du point de lancement jusqu'au point d'impact avec la barre, puis représenter le vecteur vitesse $\vec{v}_I$ du centre d'inertie du ballon à l'instant d'impact au point I, ainsi que le vecteur vitesse $\vec{v}_S$ au sommet de la trajectoire.
3. Écrire les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$ dans un repère cartésien et préciser les conditions initiales.
4. Donner les équations horaires de vitesse et de la position du centre d'inertie du ballon et en déduire l'équation cartésienne de sa trajectoire.
5. Calculer l'intensité de la vitesse initiale v_0 du ballon.
6. Déterminer la durée du vol du ballon jusqu'à l'impact.
7. Déterminer le sommet S de la trajectoire.
8. Calculer la norme de $\vec{v}_I$ et déterminer l'angle β que $\vec{v}_I$ fait avec l'horizontale.

Solution :

1. Le ballon de rugby est supposé ponctuel (centre d'inertie du ballon). On néglige les frottements.
2. La trajectoire est un arc de parabole qui commence en O et se termine en I.



3. Dans le repère cartésien choisi, les coordonnées du vecteur accélération sont :

$$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{vmatrix}$$

Les conditions initiales du mouvement sont les suivantes :

$$\vec{r}_0\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{vmatrix} \qquad \text{et} \qquad \vec{v}_0\begin{vmatrix} v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_{0y} = v_0 \cdot \sin\alpha \end{vmatrix}$$

4. En tenant compte des conditions initiales, on trouve les équations horaires de la vitesse $\vec{v}$ et de la position $\vec{r}$:

$$\vec{v}\left|\begin{array}{ll} v_x = v_0 \cdot \cos\alpha & (1) \\ v_y = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin\alpha & (2) \end{array}\right.$$

$$\vec{r}\left|\begin{array}{ll} x = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t & (3) \\ y = -\dfrac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \cdot t + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t & (4) \end{array}\right.$$

On isole le temps de (3) :

$$t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos\alpha} \qquad (5)$$

En remplaçant dans (4), on obtient l'équation cartésienne de la trajectoire :

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos\alpha}\right) \\ &= -\frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} \cdot x^2 + \tan\alpha \cdot x \qquad (7) \end{aligned}$$

5. Le point $I(x = 35 \text{ m} \,; y = 3 \text{ m})$ appartient à la trajectoire.
On isole v_0 de (7) :

$$\frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} \cdot x^2 = \tan\alpha \cdot x - y$$

$$2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha = \frac{g \cdot x^2}{\tan\alpha \cdot x - y}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{g \cdot x^2}{2 \cdot cos^2\alpha \cdot (\tan\alpha \cdot x - y)}}$$

A.N. :

$$v_0 = \sqrt{\frac{9{,}81 \cdot 35^2}{2 \cdot cos^2 35° \cdot (\tan 35° \cdot 35 - 3{,}00)}} = 20{,}40 \text{ m/s}$$

6. A.N. de l'équation (5) :

$$t_I = \frac{35}{20{,}40 \cdot \cos 35°} = 2{,}09 \text{ s}$$

7. Le projectile est lancé à partir du sol. L'altitude y_S du sommet s'écrit :

$$y_S = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{2 \cdot g}$$

A.N. :

$$y_S = \frac{20{,}40^2 \cdot (\sin 35°)^2}{2 \cdot 9{,}81} 6{,}98 \text{ m}$$

8. On a :

$$\vec{v}_I \begin{vmatrix} v_{Ix} = v_0 \cdot \cos\alpha = 20{,}40 \cdot \cos 35° = 16{,}71\ \mathrm{m/s} \\ v_{Iy} = -g \cdot t_B + v_0 \cdot \sin\alpha = -9{,}81 \cdot 2{,}09 + 20{,}40 \cdot \sin 35° = -8{,}80\ \mathrm{m/s} \end{vmatrix}$$

Norme :

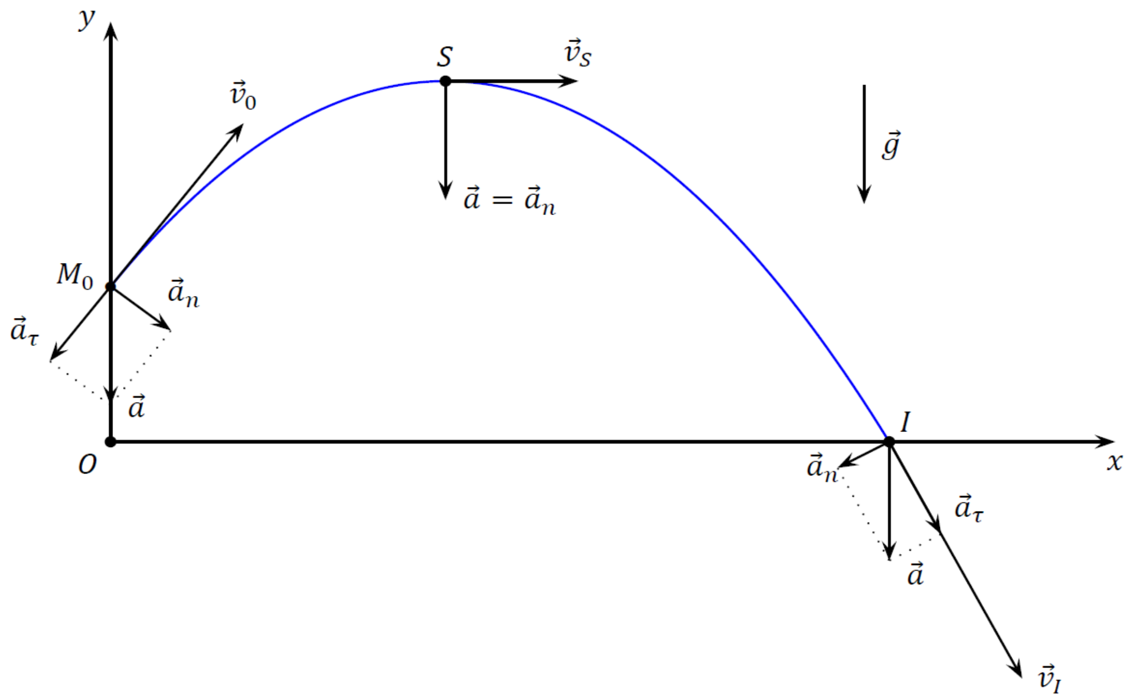
$$v_I = \sqrt{16,71^2 + (-8{,}80)^2} = 18{,}89\ \mathrm{m/s}$$

Angle au point I :

$$\beta = \arctan\left(\frac{v_{Iy}}{v_{Ix}}\right) = \arctan\left(\frac{-8{,}80}{16{,}71}\right) = -27{,}8°$$

7 Accélération tangentielle et accélération normale

Le vecteur accélération instantanée $\vec{a}$ a en général une composante tangentielle $\vec{a}_\tau$ au mouvement (colinéaire au vecteur vitesse $\vec{v}$) et une composante normale $\vec{a}_n$ au mouvement (perpendiculaire au vecteur vitesse $\vec{v}$), comme illustré ci-après pour le tir oblique.



7.1 Accélération tangentielle

L'**accélération tangentielle $\vec{a}_\tau$** renseigne sur la variation de la valeur de la vitesse.

- Si $\vec{a}_\tau = \vec{0}$, alors le vecteur accélération n'a pas de composante dans la direction du vecteur vitesse ; la norme de la vitesse a atteint un maximum ou un minimum ou elle reste constante. (*MU*)
- Si $\vec{a}_\tau$ pointe dans le sens du mouvement (c.-à-d. si $\vec{a}_\tau$ et $\vec{v}$ ont même sens), la norme de la vitesse augmente. (*mouvement accéléré*)
- Si $\vec{a}_\tau$ pointe dans le sens opposé du mouvement (c.-à-d. si $\vec{a}_\tau$ et $\vec{v}$ sont de sens opposés), la norme de la vitesse diminue. (*mouvement décéléré/retardé*)

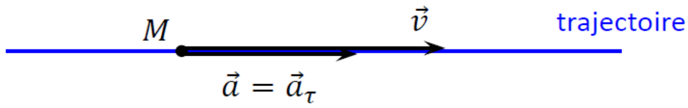
7.2 Accélération normale

L'**accélération normale $\vec{a}_n$** <u>renseigne sur la variation de la direction de la vitesse</u>.

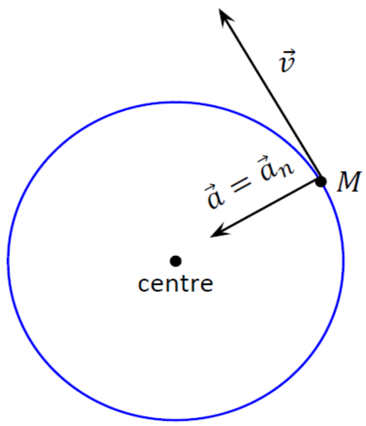
- Si $\vec{a}_n = \vec{0}$, alors le vecteur accélération n'a pas de composante perpendiculaire à la direction du vecteur vitesse et la direction de la vitesse reste constante. Le mouvement est donc *rectiligne*.
- Si $\vec{a}_n \neq \vec{0}$, alors la direction du vecteur vitesse change et le mouvement est *curviligne*. Pour une valeur de vitesse donnée, l'accélération normale est d'autant plus grande que la trajectoire est incurvée.

7.3 Cas particuliers

- Lors d'un MRUV l'accélération n'a qu'une composante tangentielle puisque seule la norme de la vitesse varie, la direction de la vitesse demeurant constante :



- Lors d'un mouvement circulaire uniforme (MCU) l'accélération n'a qu'une composante normale puisque seule la direction de la vitesse varie, la norme de la vitesse demeurant constante.

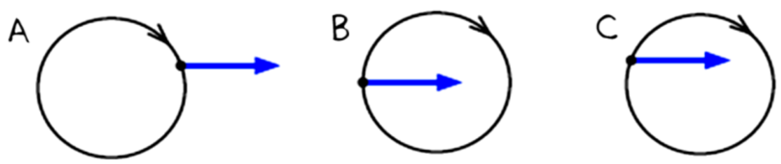


■ **As-tu-compris ?**

11. Quelle commande d'une voiture permet de réaliser …
   a) une accélération tangentielle $\vec{a}_\tau$ dans le sens du mouvement ?
   b) une accélération tangentielle $\vec{a}_\tau$ dans le sens opposé du mouvement ?
   c) une accélération normale $\vec{a}_n$?

12. Que peut-on déduire sur l'évolution de la valeur de la vitesse à partir de l'accélération tangentielle $\vec{a}_\tau$ aux points M_0, S et I du tir oblique illustré page 18 ?

13. Les figures suivantes représentent le vecteur accélération pour un mouvement circulaire.
   a. Lesquels des mouvements représentés sont impossibles ?
   b. Décrire le mouvement du mobile à l'instant représenté.



8 Exercices

Référentiel, repère et trajectoire

1. Une fille est assise dans un train qui roule à vitesse constante. Elle laisse tomber une bille.

a. Quelle est la trajectoire de la bille du point de vue de la fille ?

b. Quelle est la trajectoire de la bille du point de vue d'un observateur qui se trouve sur le quai et voyant passer le train ?

2. Une voiture A circule en ligne droite sur l'autoroute à une vitesse $v_1 = 120\ \mathrm{km/h}$. Une voiture B la dépasse avec une vitesse $v_2 = 150\ \mathrm{km/h}$. Sur la chaussée opposée arrive en contre-sens une voiture C, roulant avec une vitesse $v_3 = 100\ \mathrm{km/h}$. Déterminer la vitesse relative de chacune des voitures par rapports aux autres.

3. Max est assis dans un train A. Le train roule à une vitesse constante de 100 km/h. Au moment où il passe sur un pont, un autre train B passe perpendiculairement en dessous de lui à une vitesse constante de 140 km/h. Quelle est la vitesse relative du train A par rapport au train B.

Tir horizontal

4. Si un tireur vise une cible éloignée, pourquoi ne vise-t-il pas directement sur la cible ?

5. Un canon tire un boulet horizontalement.

a. Comment varie la composante horizontale de la vitesse durant le vol ?

b. Comment varie la composante verticale de la vitesse durant le vol ?

c. Comment varie la norme de la vitesse durant le vol ?

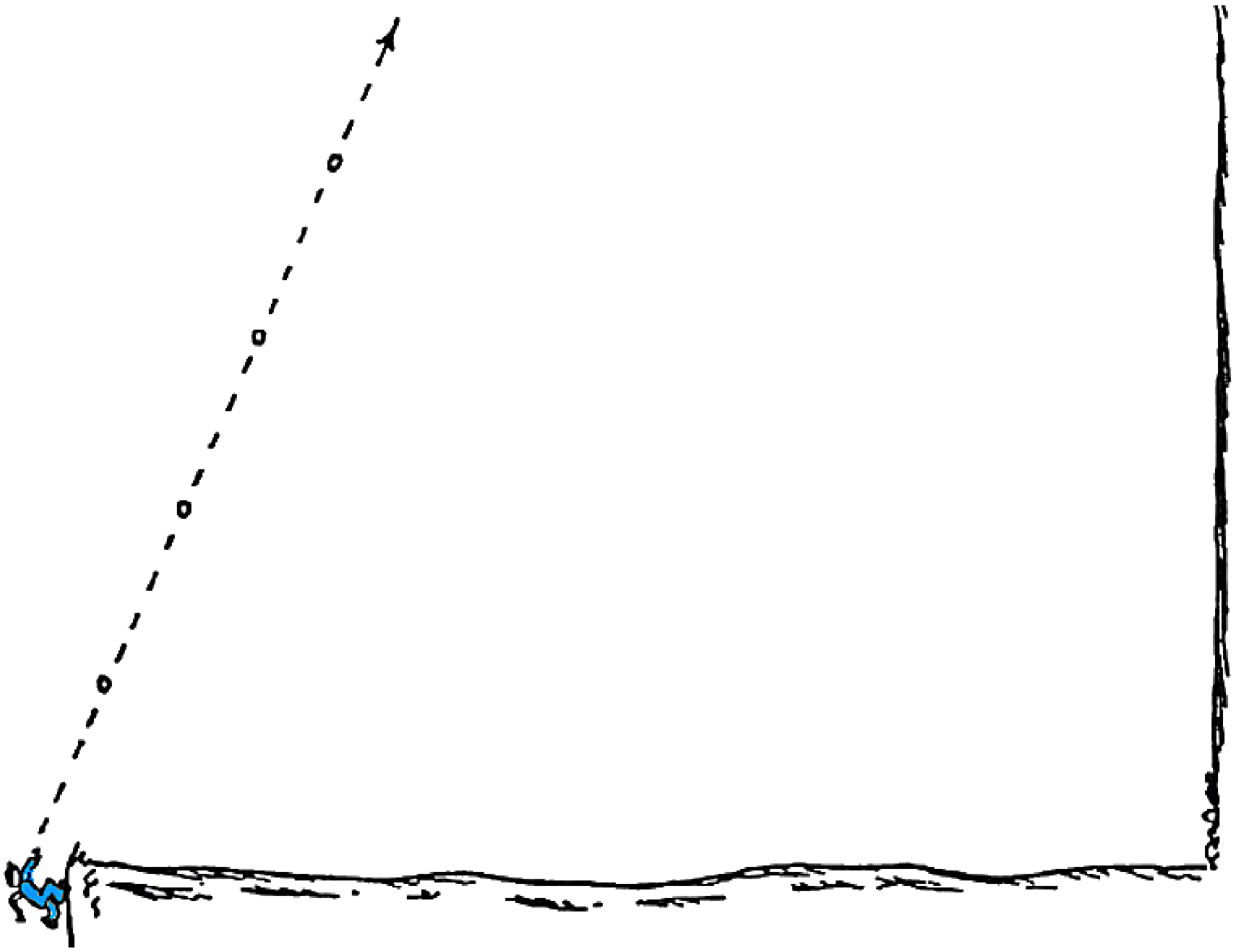
d. Comment varie le temps de vol si un deuxième boulet est tiré avec une vitesse initiale inférieure à celle du premier boulet ?

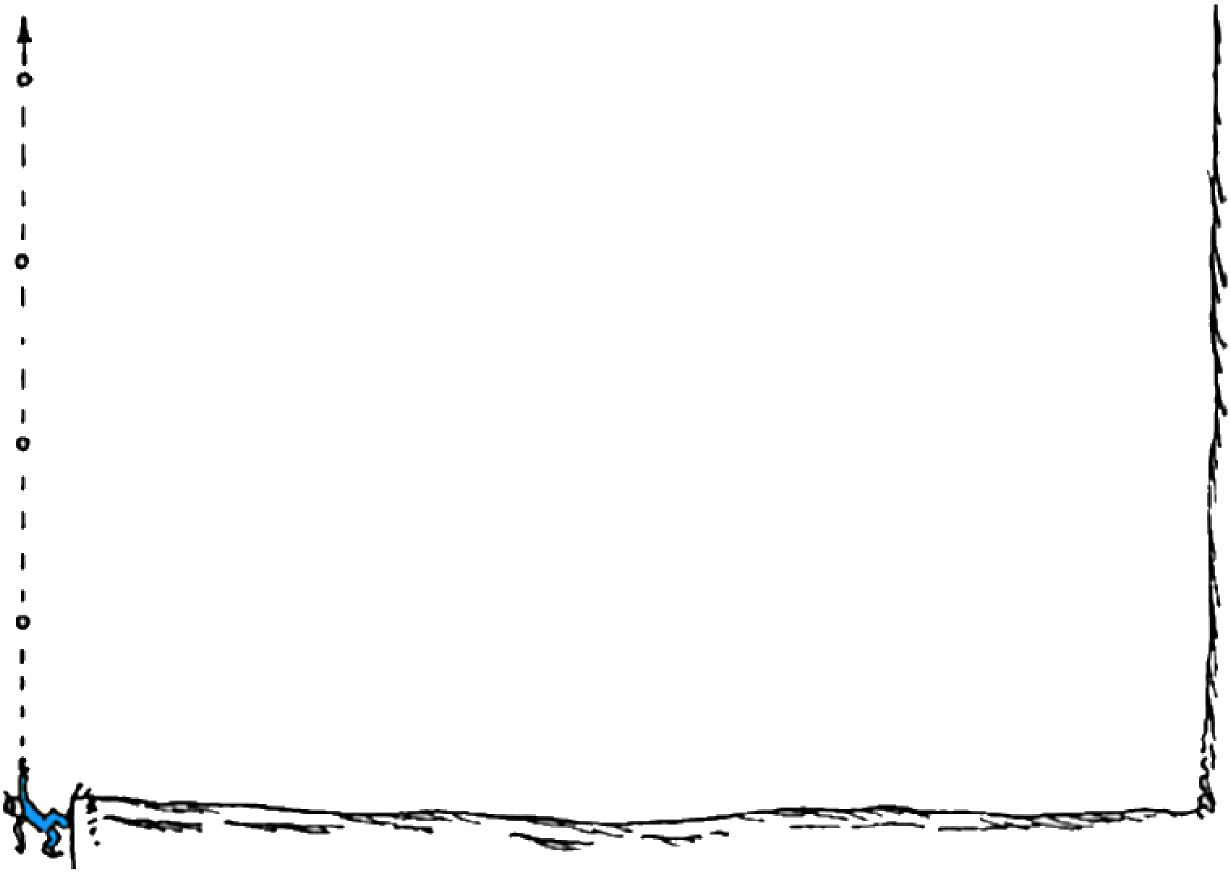
e. Comparer la vitesse d'impact du deuxième boulet à celle du premier boulet.

6. Considérer les figures de la page suivante. La résistance de l'air est négligée et l'accélération de chute libre vaut $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

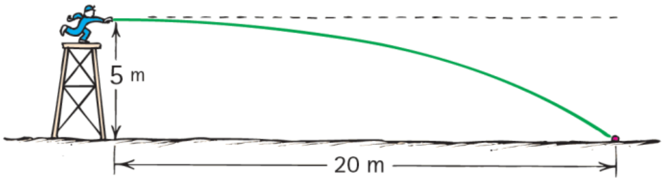
a. Sur la figure de gauche, les 4 positions de la balle lancée <u>sans champ de pesanteur</u> sont représentées à des intervalles de temps de 1 s. En utilisant l'échelle 1 cm : 5 m, représenter les positions de la balle dans le champ de pesanteur. Représenter la trajectoire de la balle et estimer la durée de chute.

b. Sur la figure de droite, la balle est lancée de manière oblique vers le bas. Utiliser la même échelle et représenter les positions de la balle lorsqu'elle tombe dans le champ de pesanteur. Dessiner la trajectoire de la balle et estimer la durée de chute.





7. Avec quelle vitesse horizontale l'enfant doit-il lancer la balle pour qu'elle effectue la trajectoire illustrée ci-dessous ? Négliger la résistance de l'air et utiliser $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.



8. Une bille roule avec une vitesse v_0 sur une table horizontale de hauteur $y_0 = 1{,}10\ \mathrm{m}$. Arrivée au bord de la table, elle effectue une trajectoire de telle façon qu'elle tombe sur le sol à une distance $x = 1{,}8\ \mathrm{m}$ du pied de la table.
   a. Calculer le temps de vol de la bille.
   b. En déduire la vitesse initiale v_0 de la bille.

9. Jean étudie la chute de deux pierres : il laisse tomber la première du haut d'un immeuble de hauteur $h = 20\ \mathrm{m}$, sans vitesse initiale, et mesure la durée de la chute. Il lance ensuite la deuxième pierre avec une vitesse initiale horizontale $\vec{v}_0$.
   a. Donner les conditions initiales et les équations horaires de chacune des deux pierres dans un repère cartésien.
   b. Déterminer la durée de chute de chacune des pierres. Dépend-elle du repère ?
   c. Obtiendrait-on la même durée de chute si la valeur de la vitesse initiale v_0 était différente ? Justifier.
   d. Obtiendrait-on la même durée de chute si la valeur de la vitesse initiale $\vec{v}_0$ n'était pas horizontale. Justifier.

10. Un spectateur immobile sur le bord d'un canal voit passer vers la droite un bateau en mouvement rectiligne uniforme et de vitesse v_0. Du haut du mât du bateau, un marin laisse tomber une bille en chute libre d'une hauteur $y_0 = 8\ \mathrm{m}$ afin qu'elle tombe sur la coque du bateau.
   a. Pour le spectateur au bord du canal, la bille se déplace vers la droite ou vers la gauche ?
   b. Quelle est la forme de la trajectoire de la bille pour le marin ?
   c. Pour un spectateur immobile au bord du canal, quelle est la forme de la trajectoire de la bille. Faire un schéma explicatif.
   d. Calculer la durée de chute de la bille.
   e. Le spectateur sur le bord du canal voit qu'entre le moment où le marin a lâché la bille et le moment qu'elle touche la coque bateau, ce dernier a avancé de 6 m. En déduire la vitesse v du bateau.

Position

11. Dans le repère cartésien $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, la position d'un point M est définie à chaque instant par :

$$\vec{r}\ \left|\begin{array}{c} x = 2t \\ y = 4t^2 + 3 \end{array}\right.$$

Déterminer les coordonnées du vecteur position du point M aux instants 0 s, 1 s, 2 s, 3 s, 4 s. En déduire l'équation de la trajectoire $y = f(x)$ suivie par M.

Vitesse

12. Un promeneur marche vers l'ouest avec une vitesse constante de 3,6 m/s durant 6 min, puis revient directement en son point de départ en 8 min. Calculer la vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet.

13. Le compteur d'une moto affiche une vitesse constante de 72 km/h durant 30 s. Peut-on en déduire la vitesse moyenne de la moto ? Peut-on en déduire son vecteur vitesse ?

14. La position d'un objet se déplaçant sur l'axe des abscisses est telle que : $x(t) = 8t - 3t^2$. La position est exprimée en mètre et le temps en seconde.

a) Donner sa position après 4 s et après 6 s.

b) Calculer la vitesse moyenne entre 4 s et 6 s.

15. Un nageur veut traverser perpendiculairement une rivière de 30 m en nageant à une vitesse constante de 3 m/s. Le courant de l'eau l'entraine vers la droite avec une vitesse de 2 m/s.

a) Calculer sa vitesse résultante.

b) Calculer l'angle entre sa trajectoire et le bord de la rivière.

c) Calculer la distance parcourue lorsqu'il atteint l'autre côté de la rivière.

d) Quelle est la durée de la traversée ?

16. Une voiture de course roule à vitesse constante sur un circuit parfaitement circulaire de rayon 300 m. Son compteur affiche 144 km/h.

a) Quelle est la norme de sa vitesse sur ce quart de cercle ?

b) Faire un schéma et donner les caractéristiques de son vecteur vitesse. (v = 36m/s, α = 45°).

Accélération

17. Une voiture roule à une vitesse constante de 60 km/h puis freine durant 4 s pour arriver à l'arrêt.

a) Calculer son accélération.

b) Pourquoi parle-t-on ici de décélération ?

c) Quelle loi explique pourquoi le conducteur est projeté en avant durant ce freinage ? Quelle partie du véhicule permet d'empêcher cette projection vers l'avant ?

18. Une voiture au repos accélère à 5 m/s² durant 4 s, roule à vitesse constante durant 10 s puis décélère pour arriver à nouveau au repos en 6 s.

a) Tracer le graphique des vitesses en fonction du temps.

b) Tracer le graphique des accélérations en fonction du temps.

c) Calculer la distance totale parcourue durant les 20 s.

Tir oblique

19. En l'absence d'air, l'accélération horizontale d'un projectile est …

A. dirigée vers le bas

B. dirigée vers le haut

C. nulle

20. Une balle est lancée avec un angle de tir de 45°. Au moment du lancement, …

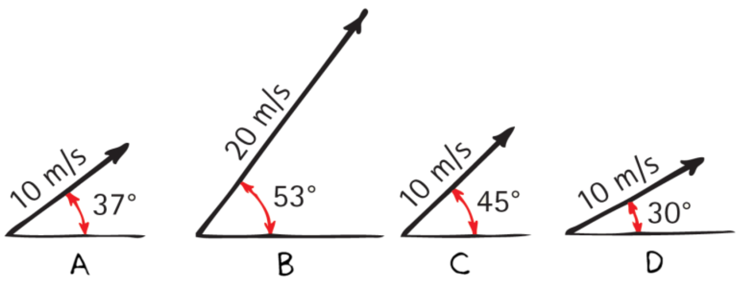
A. les coordonnées horizontale et verticale de la vitesse sont égales.
B. la coordonnée horizontale de la vitesse est plus grande que la coordonnée verticale.
C. la coordonnée verticale de la vitesse est plus grande que la coordonnée horizontale.

21. Sur un terrain horizontal, deux golfeurs frappent une balle avec la même norme de vitesse initiale, mais l'un avec un angle de tir de 60°, l'autre avec un angle de tir de 30°. Laquelle des deux balles va atterrir plus loin ? Laquelle va toucher le sol la première ? Ignorer les effets de l'air.

22. Redresser/compléter si l'affirmation est fausse.

a. Pour un angle de tir donné (< 90°), plus la vitesse de lancement est grande, plus la portée du tir est grande.
b. La portée maximale est toujours atteinte pour un angle de tir de 45°.
c. Dans le cas du mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur terrestre, il existe toujours un point de la trajectoire où le vecteur vitesse est perpendiculaire au vecteur accélération.

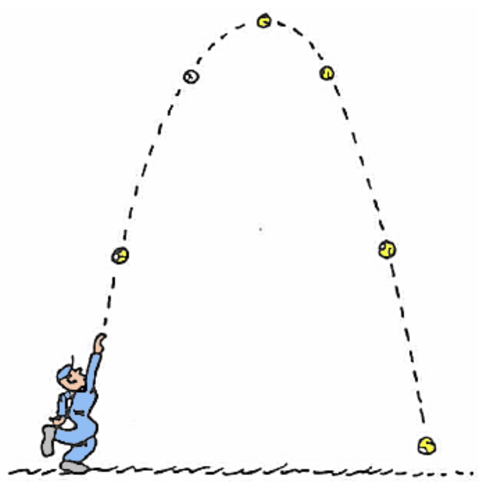
23. Des balles sont lancées avec les normes de vitesses et les angles de tir illustrés.



Classer par ordre croissant les coordonnées…

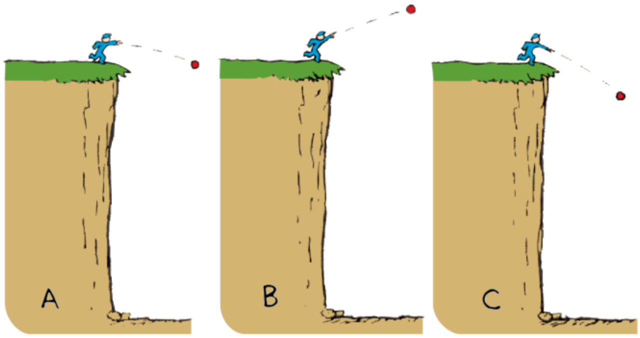
a. verticales du vecteur vitesse initiale
b. horizontales du vecteur vitesse initiale

24. Représenter en vert le poids de la balle et en rouge le vecteur vitesse aux positions illustrées.
a. Quelle coordonnée de la vitesse reste constante lors du mouvement ? Pourquoi ?
b. Quelle coordonnée de la vitesse change lors du mouvement ? Pourquoi ?



25. Deux obus de masses différentes m_1 et m_2 ($m_1 < m_2$), sont tirés avec la même norme de vitesse initiale et le même angle de tir. Comparer les hauteurs maximales atteintes et les portées horizontales des deux trajectoires.

26. Trois pierres sont lancées à partir d'une même altitude avec une vitesse initiale de même norme, mais avec des angles de tirs différents. La résistance de l'air est négligée.



Ranger par ordre décroissant, tout en justifiant :

a. les énergies potentielles de pesanteur initiales par rapport au sol.

b. les énergies cinétiques initiales.

c. les énergies cinétiques à l'impact au sol.

27. Dans le concours du lancer de poids, un athlète a lancé la boule à une distance $d = 21{,}09\ \mathrm{m}$. À l'instant $t = 0$, correspondant à l'instant du lancer, la boule se trouve à une hauteur $h = 2\ \mathrm{m}$ au-dessus du sol et part avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant un angle $\alpha = 45°$ avec l'axe horizontal. Le poids est assimilé à un objet ponctuel.

a. Etablir les équations horaires et l'équation cartésienne de la trajectoire en fonction de h, α, g et v_0.

b. Déterminer la valeur de la vitesse initiale en fonction de h, α, g et d. La calculer numériquement.

c. Combien de temps la boule reste-t-il dans les airs ?

d. Déterminer la hauteur maximale atteinte par la boule au cours de sa trajectoire.

28. Robin des bois tire une flèche avec un angle de tir de 35° obliquement vers le haut à partir d'une hauteur de 1,70 m. La vitesse initiale de la flèche vaut 25 m/s.

a. Déterminer la hauteur maximale atteinte par la flèche ainsi que le temps écoulé pour atteindre cette hauteur.

b. Déterminer la portée du tir ainsi que le moment d'arrivée de la flèche au sol.

c. Déterminer la vitesse de la flèche à l'arrivée au sol et l'angle formé par le vecteur vitesse et l'horizontale.

29. Lors d'une épreuve de lancer du marteau en athlétisme, une boule d'acier de masse 7,26 kg est mise en mouvement par le lanceur et lâchée après plusieurs rotations. La résistance de l'air peut être négligée. La boule est lâchée à l'instant $t = 0$ lorsqu'elle se trouve à une hauteur de 1,20 m au-dessus du niveau du terrain horizontal, à une vitesse de 25,5 m/s et sous un angle de tir de 43°.

a. Faire une figure et donner les conditions initiales.

b. Donner les équations paramétriques (position et vitesse) du mouvement dans un repère approprié et en déduire l'équation cartésienne de la trajectoire.

c. Calculer la portée du tir (distance horizontale atteinte).

d. Calculer la hauteur maximale atteinte par la boule.

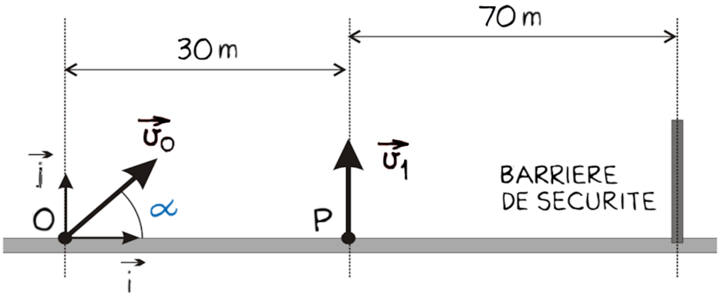
e. Calculer l'angle du vecteur vitesse par rapport à l'horizontale au point d'impact.

30. Un tireur au fusil souhaite toucher une cible se trouvant à une distance de 170 m en tirant une balle avec une vitesse initiale de 450 m/s. Les effets de l'air sont négligés.

a. Sous quel angle de tir le tireur doit-il tenir son fusil pour toucher la cible qui se trouve à la même hauteur que le fusil ? On ignore les effets de l'air.

b. À quelle distance verticale au-dessus de la cible se trouve le point que le tireur doit viser s'il veut toucher la cible ?

31. Deux grenades A et B sont tirées simultanément à partir du sol. La grenade A part du point O, origine du repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, à l'instant $t = 0$, avec la vitesse initiale $\vec{v}_0$ située dans un plan vertical xOy et faisant un angle α avec l'axe horizontal. La grenade B est tirée du point P avec une vitesse verticale $\vec{v}_1$. Les deux grenades explosent au bout de 5 s.



On donne : $v_0 = 40\ \mathrm{m/s}$; $v_1 = 42\ \mathrm{m/s}$

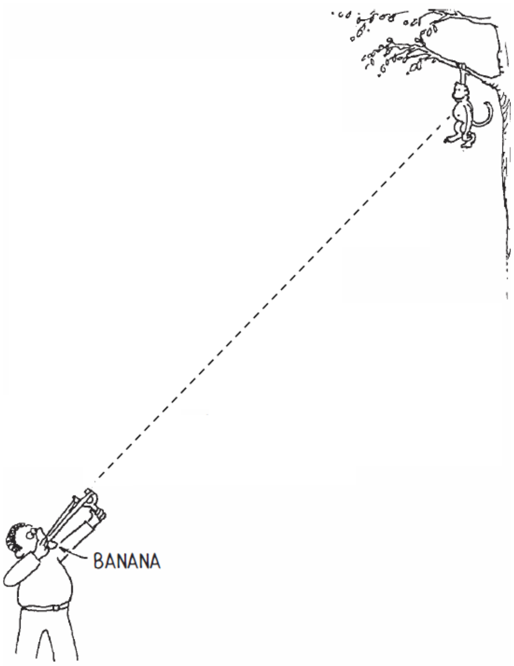
a. Donner les conditions initiales et les équations horaires des deux grenades dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

b. Déterminer α pour que l'explosion de la grenade A ait lieu à la verticale du point P.

c. Déterminer la distance qui sépare les deux grenades au moment de l'explosion.

d. Si la grenade A n'explose pas, à quelle distance du point 0 retombe-t-elle ? La barrière de sécurité étant disposée comme sur la figure, les spectateurs sont-ils en sécurité ?

32. Le gardien du zoo veut tirer une banane vers un singe accroché à la branche d'un arbre, à 20 m à vol d'oiseau (ligne droite du lance-pierre au singe). Il vise le singe, et la ligne de mire fait alors un angle de 30° avec le sol. Dès que la banane quitte le lance-pierre, le singe lâche prise et tombe. La banane et le singe sont considérés comme masses ponctuelles et on néglige tout frottement



a. Donner les équations horaires de la banane et du singe dans un repère cartésien.

b. Montrer que, dans les conditions données, la banane va atteindre le singe indépendamment de la norme de la vitesse initiale (à condition que la rencontre puisse avoir lieu avant que le singe n'atteigne le sol).

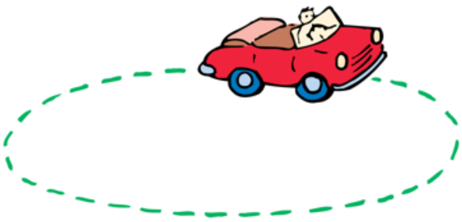
c. Calculer le temps entre le tir et le choc ainsi que la hauteur du choc si la banane part avec une vitesse initiale de 20 m/s.

d. Que se passerait-il si la banane partait avec une vitesse initiale plus grande ?

e. Qu'est ce qui changerait si le gardien et le singe se trouvaient sur la Lune ? Justifier.

Accélération tangentielle et accélération normale

33. Une voiture effectue un mouvement circulaire. Faire une figure et représenter les vecteurs accélération et vitesse de la voiture dans le cas où…



- **a)** le mouvement est uniforme.
- **b)** la vitesse de la voiture augmente.
- **c)** la vitesse de la voiture diminue.

34. Décrire une situation dans laquelle un corps a …

- **a.** uniquement une accélération tangentielle.
- **b.** uniquement une accélération normale.
- **c.** à la fois une accélération normale et une accélération tangentielle.

35. Une voiture roule à vitesse constante en prenant un virage en arc de cercle dont le rayon est R.

a. Compléter les phrases ci-dessous par « plus » ou « moins » :

Pour tourner, plus la vitesse d'une voiture est grande et ………. l'accélération normale est grande.

Pour tourner, plus le rayon de la route est grand et ………. l'accélération normale est grande.

b. En déduire quelle formule pourrait être la bonne ?

A. $a_n = \frac{R}{v^2}$ B. $a_n = \frac{v^2}{R}$ C. $a_n = v^2 \cdot R$

Révision

A. Répondre par vrai ou faux dans le cas d'un ***tir oblique***.

	Affirmation	**Vrai**	**Faux**
1	L'intensité du vecteur accélération est constante.		
2	L'intensité du vecteur accélération ne dépend pas de la masse du projectile.		
3	La durée de vol dépend de la masse du corps.		
4	La durée de vol dépend de l'angle de tir.		
5	L'intensité du vecteur vitesse varie pendant le mouvement.		
6	L'énergie potentielle de pesanteur du corps varie pendant le mouvement.		
7	L'énergie cinétique du corps varie pendant le mouvement.		
8	L'énergie mécanique du corps varie pendant le mouvement.		
9	La projection horizontale du mouvement est un mouvement uniforme.		
10	La projection verticale du mouvement est un mouvement uniforme.		

B. Un corps de masse m est lancé à $t = 0$ s d'une certaine hauteur $h_0 = 2\text{m}$, avec une vitesse initiale $v_0 = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sous un angle $\alpha = 60°$ par rapport à l'horizontale et frappe le sol à une position d'impact tel que $y_I = 0$. Indiquer l'affirmation qui est correcte :

a. La vitesse au sommet est égale à…

A. $0\ \frac{m}{s}$ B. $5\ \frac{m}{s}$ C. $8{,}7\ \frac{m}{s}$ D. $10\ \frac{m}{s}$ E. Aucune des réponses

b. La vitesse d'impact est…

A. inférieure à $10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ B. égale à $10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ C. supérieure à $10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

c. La durée du mouvement ascendant est…

A. Inférieure à la durée du mouvement descendant
B. Égale à la durée du mouvement descendant
C. Supérieure à la durée du mouvement descendant

d. La hauteur du sommet y_S est égale à…

A. $3{,}00\ \text{m}$ B. $3{,}27\ \text{m}$ C. $5{,}82\ \text{m}$ D. $7{,}10\ \text{m}$ E. Aucune des réponses

e. La coordonnée tangentielle du vecteur accélération a_t est nulle…

A. à l'instant initial
B. au sommet
C. lors de l'impact
D. toujours pendant le mouvement
E. jamais pendant le mouvement

f. La norme de la vitesse d'impact dépend de…

	Vrai	Faux
• L'intensité de la vitesse initiale v_0		
• L'angle de tir α		
• La hauteur initiale h_0		
• La masse du corps m		

g. La durée de vol dépend de…

	Vrai	Faux
• L'intensité de la vitesse initiale v_0		
• L'angle de tir α		
• La hauteur initiale h_0		
• La masse du corps m		

C. Une voiture roule dans un rond-point avec une vitesse v et on suppose que le mouvement de la voiture est circulaire.

a. Si la vitesse v est constante, alors

A. $a_\tau = 0$ B. $a_\tau > 0$ C. $a_\tau < 0$ D. $a_n = 0$ E. Aucune des réponses

b. Si le conducteur freine dans le rond-point, alors

A. $a_\tau = 0$ B. $a_\tau > 0$ C. $a_\tau < 0$ D. $a_n = 0$ E. Aucune des réponses

c. Si le conducteur roule maintenant avec une vitesse constante $v' < v$, alors

A. $a'_\tau > a_\tau$ B. $a'_n > a_n$ C. $a'_\tau < a_\tau$ D. $a'_n > a_n$ E. Aucune des réponses

Crédits Photos

Crédits Illustrations

Des remerciements particuliers sont adressés à Paul G. HEWITT. Les illustrations sont, sauf indication contraire, l'œuvre de Paul G. Hewitt et des auteurs du cours. Les illustrations de Paul G. HEWITT ont été retravaillées par Laurent HILD, avec l'autorisation écrite et personnelle de l'auteur. Les illustrations originales sont des livres :